TOME 11. N° 10. OCTOBRE 1950.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE
ET
LE RADIUM

EFFET D'UNE ÉLÉVATION DE TEMPÉRATURE SUR LES PHÉNOMÈNES D'ÉLECTROPHOTOLUMINESCENCE

Par G. DESTRIAU et J. MATTLER.
Laboratoire de Luminescence du P. C. B., Paris.

Sommaire. — Le taux d'extinction permanente des sulfures croît en général avec la température; pour certains sulfures mixtes de Zn et de Cd l'extinction est quasi totale pour une température de l'ordre de 70° C et un champ électrique de l'ordre de 20 000 à 40 000 V efficaces par centimètre.

Le phénomène d'illumination fugace croît d'abord en intensité quand la température s'élève, il passe par un maximum puis diminue d'intensité quand la température continue à croître. En outre, la dose de rayonnement excitateur correspondant au maximum du phénomène diminue régulièrement quand la température s'élève.

Introduction. — Les phénomènes d'électrophotoluminescence (action des champs électriques sur certains composés luminescents) n'étant pas encore classiques, nous renverrons le lecteur pour une revue générale des faits au Mémoire d'ensemble publié par l'un d'entre nous au *Philosophical Magazine* [1]. Résumons simplement ci-après les diverses apparences observées :

I. Illumination permanente de certaines substances sous la seule action des champs alternatifs intenses. Effet signalé par l'un d'entre nous en 1936 [2].

II. Extinction par les champs électriques, pour certains sulfures, de la luminescence produite par des rayons X ou des rayons ultraviolets. Effet signalé par l'un d'entre nous en 1943 [3].

III. Illumination fugace, pour certains sulfures, lorsqu'en cours d'irradiation ou après irradiation, on soumet ces substances à l'action d'un champ électrique. Effet signalé par Gudden et Pohl en 1920 [4].

Ces deux derniers phénomènes peuvent d'ailleurs se manifester simultanément pour certains sulfures (illumination fugace suivie d'une extinction).

L'action des variations de température sur l'intensité de ces divers phénomènes n'avait été recherchée que pour le premier d'entre eux seulement [5]. On avait montré qu'à champ efficace constant la brillance B était une fonction rapidement croissante de la température T, de la forme

$$B = a\,e^{-\frac{b}{T-\tau}},$$

a, b, τ étant trois constantes.

Nous nous sommes proposés de rechercher dans ce travail l'influence des variations de température sur les phénomènes d'extinction et d'illumination fugace.

Les cellules électrophotoluminescentes (*voir* pour leur confection les Mémoires cités) ont été placées sur des résistances chauffantes parcourues par un courant convenable, réglable à volonté. Pour une intensité efficace donnée, il s'établit une température d'équilibre que l'on détermine par un couple alumel-chromel placé directement contre l'électrode métallique formant support de la cellule, la deuxième soudure étant maintenue à température constante.

Les mesures photométriques ont été effectuées au moyen d'une cellule photoélectrique à couche d'arrêt débitant directement dans un galvanomètre de Zernicke.

Action de la température sur l'extinction électrique permanente des sulfures. — L'émission lumineuse de certains sulfures irradiés aux rayons X ou aux rayons ultraviolets subit un affaiblissement lorsque ces substances sont en plus soumises à l'action d'un champ électrique alternatif. L'allure du phénomène est, à titre d'exemple, représentée par la courbe de la figure 1 qui concerne un sulfure

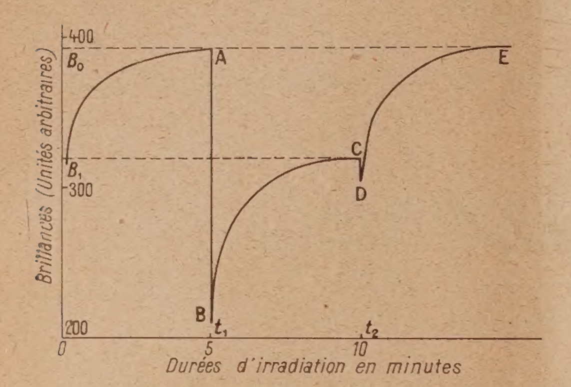


Fig. 1. — Allure générale du phénomène d'extinction.

mixte de zinc et de cadmium avec addition de nickel. Les brillances B sont portées en ordonnées en fonction de la durée t d'irradiation aux rayons X elle-même portée en abscisse; la courbe représentative OA part de zéro et atteint rapidement une valeur de saturation B_0.

Si l'on fait alors agir le champ électrique à l'époque t_1 (abscisse de A) on observe une chute instantanée AB puis, le champ alternatif étant maintenu, une remontée lente BC vers une nouvelle valeur de saturation B_1 inférieure à B_0. Si l'on supprime à ce moment (époque t_2 abscisse de C) le champ alternatif, les rayons X agissant toujours, la brillance subit souvent une nouvelle chute brusque CD, puis évolue suivant DE de manière à reprendre la valeur de saturation B_0 caractérisant l'illumination normale de la substance en dehors de l'action du champ.

Ces chutes brusques AB et CD sont fonction de la température, mais nous laisserons provisoirement de côté ces phénomènes transitoires pour nous attacher uniquement au phénomène d'extinction permanente caractérisée par les valeurs de saturation B_0 et B_1.

Les valeurs de B_0 et de B_1 sont toutes les deux fonction de la température; à titre indicatif le graphique de la figure 2 donne les niveaux des divers paliers pour un même sulfure mixte de zinc et de cadmium à différentes températures.

L'extinction permanente peut être caractérisée par le taux d'extinction défini par le rapport

$$\tau = \frac{B_0 - B_1}{B_0}.$$

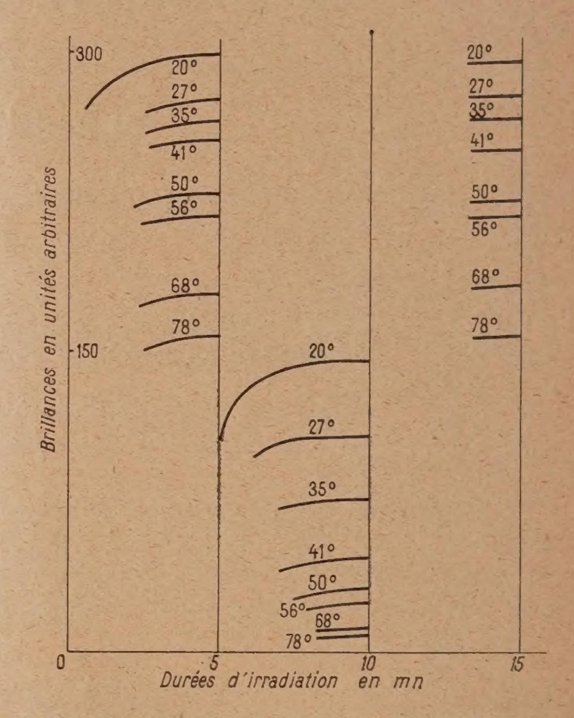


Fig. 2.— Niveaux des paliers, dans le champ et hors du champ. à différentes températures (échantillon n° 1).

Nous avons étudié quatre échantillons différents.

L'échantillon n° 1 mis à notre disposition par M. Marcotte est un sulfure mixte de zinc et de cadmium à l'argent (40 pour 100 de SCd et 1/10 000e d'argent).

L'échantillon n° 2 est un sulfure mixte de zinc et de cadmium, à l'argent comme phosphorogène, avec addition de nickel (Lévy-West).

Les échantillons n°s 3 et 4 sont des sulfures de zinc contenant du cuivre et préparés par M. Guntz sous les n°s 110 et 107.

Les deux premiers échantillons présentent une forte extinction, les deux derniers une faible; en outre pour ces derniers sulfures les phénomènes transitoires, aux époques t_1 et t_2 de la courbe type (*fig.* 1), sont compliqués par le phénomène d'illumination fugace.

Les valeurs du taux d'extinction sont fonction de la température et du champ appliqué; nous donnons (*fig.* 3) à titre indicatif les résultats pour l'échantillon n° 1.

En opérant à champ constant les taux d'extinction croissent rapidement avec la température pour les échantillons nos 1 et 2 (*fig.* 4 et 5); l'accroissement de τ avec la température est faible pour l'échantillon n° 4 et pratiquement inexistant pour l'échantillon n° 3 (*fig.* 7 et 6) [6].

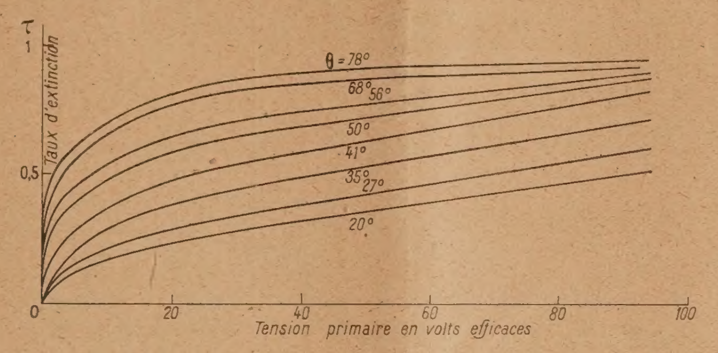


Fig. 3. — Variations du taux d'extinction en fonction du champ, à différentes températures (échantillon n° 1).

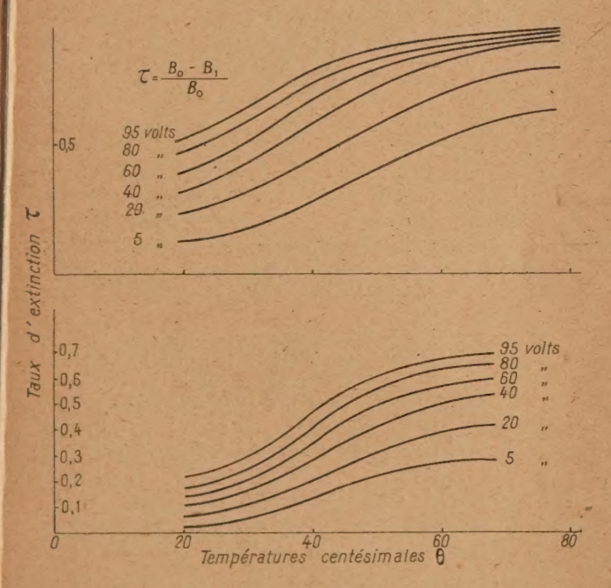


Fig. 4. — Variations du taux d'extinction en fonction de la température à différents champs (échantillon n° 1).

Fig. 5. — Variations du taux d'extinction en fonction de la température à différents champs (échantillon n° 2).

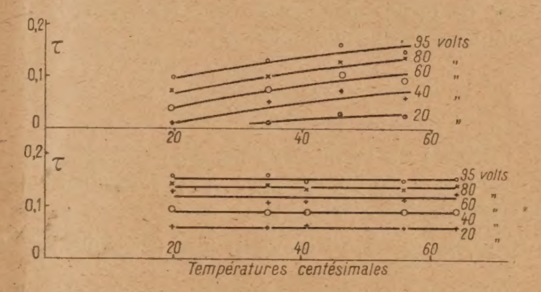


Fig. 7. — Variations du taux d'extinction en fonction de la température à différents champs (échantillon n° 4).

Fig. 6. — Variations du taux d'extinction en fonction de la température à différents champs (échantillon n° 3).

Considérations théoriques sur le phénomène d'extinction permanente. — L'affaiblissement de la fluorescence quand la température s'élève, en dehors de toute action du champ, est un fait bien connu dont l'interprétation a tenté plusieurs théoriciens. Mott [7] a suggéré que la diminution du rendement lumineux pouvait avoir son origine dans une élévation thermique de l'énergie des électrons dans les niveaux excités des centres luminogènes, de sorte que les énergies des états normaux et excités soient proches l'une de l'autre.

En accord avec cette théorie, le nombre η de quanta émis par quantum absorbé est donné par :

$$\eta = \frac{A}{A + B},$$

A représentant la probabilité pour qu'un électron excité revienne dans l'unité de temps à l'état normal avec émission d'un quantum;

B la probabilité pour qu'un électron excité revienne dans l'unité de temps à l'état normal en dispersant son énergie sous forme calorifique.

L'expression de B étant alors de la forme :

$$B = b\,\mathrm{e}^{-\frac{W}{kT}},$$

où W représente le complément d'énergie d'origine thermique. On obtient ainsi

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{b}{A}\,\mathrm{e}^{-\frac{W}{kT}}}.$$

On en déduit

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{1 + S\,\mathrm{e}^{-\frac{W}{kT}}}, \qquad (1)$$

$S = \frac{b}{A}$ est une constante, I représente l'intensité de la fluorescence à la température T et I_0 cette même intensité pour $T = 0$.

Sous l'action du champ électrique et dans les états excités les électrons peuvent acquérir un supplément d'énergie W', et l'on serait ainsi tenté de poser de façon analogue lorsque les rayons X et le champ agissent simultanément,

$$\frac{I'}{I_0} = \frac{1}{1 + S\,\mathrm{e}^{-\frac{W - W'}{kT}}}, \qquad (2)$$

I' intensité de la fluorescence à la température T sous l'action simultanée du champ électrique et du rayonnement excitateur.

On voit que $\frac{I'}{I}$ est d'autant plus petit que W' est grand, c'est-à-dire que $\frac{I'}{I}$ est d'autant plus petit que le champ électrique est plus élevé.

On en déduit du même coup les variations du taux d'extinction en fonction du champ à température constante (courbes expérimentales de la figure 3), ou bien les variations de ce rapport en fonction de la température à champ constant (*fig.* 4, 5, 6 et 7).

Nous pouvons en effet admettre l'invariance de S par rapport au champ, les résultats expérimentaux publiés par l'un d'entre nous montrant que l'évolution du déclin est inchangée par l'application du champ [3] (sous réserve d'éliminer les luminescences parasites provenant des autres phénomènes d'électrophotoluminescence et susceptibles de se manifester simultanément avec l'effet extincteur). Il semble naturel de poser W' proportionnel à l'intensité efficace $\mathcal{E}$ du champ électrique.

En fait, si l'allure des variations du taux d'extinction en fonction de l'intensité du champ déduite des relations (1) et (2) rappelle en gros les courbes expérimentales de la figure 3, les divergences apparaissent davantage dans l'interprétation des courbes des figures 4, 5, 6 et 7.

Les relations (1) et (2) conduisent à l'expression d'un taux d'extinction qui, à champ efficace constant, devrait passer par un maximum pour une certaine température, résultat infirmé par le travail expérimental.

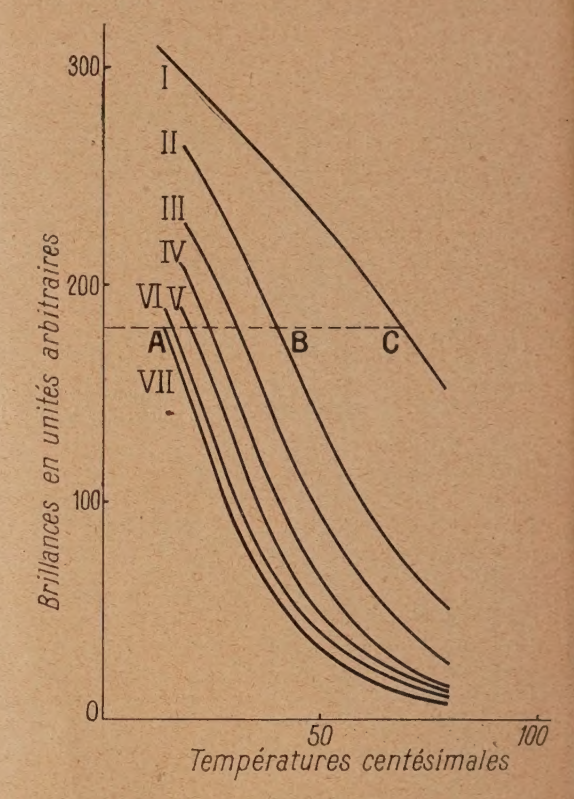


Fig. 8. — Évolution de la brillance en fonction de la température (échantillon n° 1).

I, en dehors du champ électrique;			
II,	tension primaire	5 V	efficaces;
III,	»	20 »	» ;
IV,	»	40 »	» ;
V,	»	60 »	» ;
VI,	»	80 »	» ;
VII,	»	95 »	» .

Par ailleurs les relations (1) et (2) montrent que les brillances sont identiques lorsqu'en appliquant le champ on modifie simultanément la température de façon à conserver constant le rapport figurant dans l'exponentielle, c'est-à-dire en faisant

$$\frac{W}{T} = \frac{W - W'}{T'} = \frac{W - W''}{T''} = \ldots,$$

c'est-à-dire

$$\frac{T - T'}{T - T''} = \frac{W'}{W''}, \qquad (3)$$

rapport encore égal à celui $\left(\frac{\mathcal{E}'}{\mathcal{E}}\right)$ des champs électriques appliqués; or sur la figure 8 nous avons pré-

cisément représenté les variations $I = f(T)$ pour l'échantillon n° 1, soit en l'absence de champ (courbe I), soit avec des champs efficaces d'intensité croissante (courbe II à VII). On devrait avoir notamment en accord avec la relation précédente

$$\frac{AC}{BC} = \frac{95}{5} = 19,$$

alors que, d'après les courbes expérimentales II et VII, ce rapport est de 2.

On peut arguer que la théorie précédente est insuffisante et qu'en particulier elle n'explique pas les allures différentes des courbes $I = f(T)$ obtenues à partir de rayonnements excitateurs d'intensités différentes; mais en reprenant la théorie de Klasens [8], la relation (2) serait remplacée par la relation :

$$\left(\frac{I_0}{I'}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{I'}{I_0}\right)^{\frac{1}{2}} = B\,e^{-\frac{W-W'}{kT}}$$

qui, admettant elle-même la relation (3), ne s'accommode pas davantage des résultats expérimentaux du graphique de la figure 8.

Il nous semble peu probable de rechercher pour l'extinction par les champs électriques une théorie semblable à celles qui sont avancées pour l'extinction par une élévation de température. Au demeurant, tandis que cette dernière action est générale, l'extinction par les champs électriques est jusqu'ici limitée au cas des sulfures; ce qui suggérerait plutôt à notre avis, un parallèle entre l'action extinctrice du champ électrique et l'action extinctrice des radiations infrarouges. Il y a lieu de rappeler notamment à ce sujet que même avec des sulfures sensibles à ces deux actions, la clarté des scintillations n'est affaiblie ni par une irradiation infrarouge ni par l'action d'un champ électrique [9], ce qui paraît bien confirmer un certain parallélisme entre ces deux agents physiques.

Dans cet ordre d'idées, si l'on recherche avec M. Curie [10] l'origine de l'action extinctrice infrarouge dans une action photoélectrique de ces radiations sur les atomes de soufre et, reprenant par exemple dans le cas simple de la théorie de Mott l'expression envisagée précédemment de la probabilité B de retour spontané sans émission de lumière, on pourrait suggérer que cette probabilité s'accroît d'un terme complémentaire φ caractérisant l'ionisation des atomes de soufre, soit par l'effet photoélectrique des radiations infrarouges, soit sous l'action du champ par un mécanisme analogue à celui qui a été envisagé pour l'interprétation de l'effet d'électroluminescence pure. Une telle interprétation conduirait à une expression de la forme

$$\frac{I'}{I_0} = \frac{1}{1 + S\,e^{-\frac{W}{kT}} + \varphi}.$$

On obtient dans ce cas

$$\frac{\tau}{1-\tau} = \frac{I}{I_0}\varphi$$

et il est remarquable que les courbes représentant les variations de cette quantité en fonction du champ, à différentes températures, soient superposables par simple modification de l'échelle des ordonnées. Nous donnons à titre indicatif sur la figure 9 les

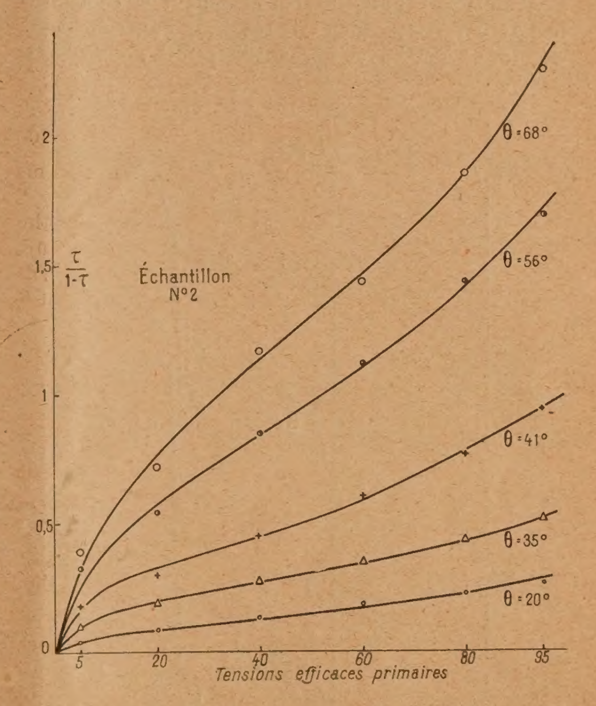


Fig. 9. — Évolution de $\frac{\tau}{1-\tau}$ en fonction du champ, à différentes températures (échantillon n° 2).

courbes correspondant à l'échantillon n° 2; elles suivent, en gros, l'allure d'une fonction algébrique de la forme

$$\frac{\tau}{1-\tau} = e^{\alpha V} - e^{-\beta V},$$

V différence de potentiel appliquée à la cellule électrophotoluminescente,

α et β deux constantes dont le rapport $\frac{\beta}{\alpha}$, de l'ordre de 9, est indépendant de la température.

Quoi qu'il en soit, une étude théorique approfondie du phénomène nous paraît inséparable d'un travail expérimental comparatif avec l'effet extincteur infrarouge ainsi que l'a déjà suggéré M. Curie [10] qui envisage une modification de la courbe d'énergie

potentielle d'un électron se déplaçant entre le centre luminogène excité et un atome voisin. Par ailleurs certains auteurs, Curie [11], Peyrou [12], paraissent assez sceptiques sur la validité des formes en $e^{-\frac{W}{kT}}$ pour l'expression de la probabilité de désactivation sans émission.

Action d'une élévation de température sur l'extinction fugace. — En reprenant la courbe de la figure 1 concernant des résultats expérimentaux effectués à 20° C avec l'échantillon n° 2, nous voyons

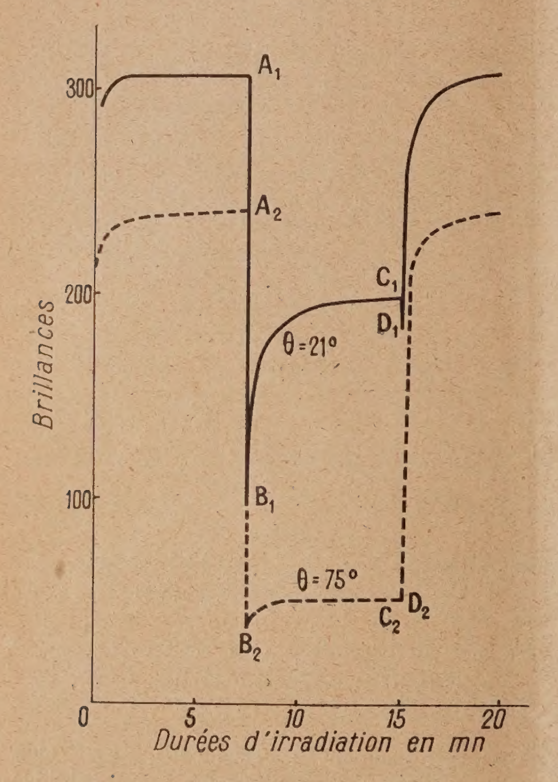


Fig. 10. — Variation de l'extinction fugace en fonction de la température (échantillon n° 1).

que l'extinction permanente est précédée d'une forte extinction fugace AB et suivie, à la suppression du champ, d'une extinction fugace CD. L'amplitude de ces deux extinctions fugaces est elle-même très sensible aux variations de température. D'une manière générale ces amplitudes décroissent dès que la température s'élève ; avec les échantillons n°s 1 et 2 l'extinction CD disparaît pour une température de l'ordre de 35° C, et l'extinction fugace AB est à peine supérieure à l'extinction permanente pour une température de 75° C. La figure 10 donne, à titre indicatif, l'apparence observée avec l'échantillon n° 1 à 21° et à 75° C ; les différences d'aspect sont manifestes.

Toute tentative d'interprétation théorique nous paraît ici bien délicate et tout au moins prématurée ; ces périodes transitoires s'accompagnent de phénomènes complexes se traduisant notamment par des perturbations profondes et elles-mêmes très fugaces des bandes d'émission [13]. Enfin, en ce qui concerne notamment l'extinction fugace à la suppression du champ, il y aurait lieu de tenir compte des modifications semi-permanentes apportées dans le cristal par la seule action du champ [14].

Action d'une élévation de température sur l'illumination fugace. — Lorsque certains sulfures sont exposés aux rayons X ou aux rayons ultraviolets, abandonnés au repos, puis au bout d'un certain intervalle de temps R soumis à l'action d'un champ électrique alternatif, on obtient une vive et en général très brève illumination. L'énergie lumineuse totale libérée à l'illumination fugace, « somme de lumière » S, est une fonction du temps de repos R et de la dose r de rayonnement absorbé par le sulfure.

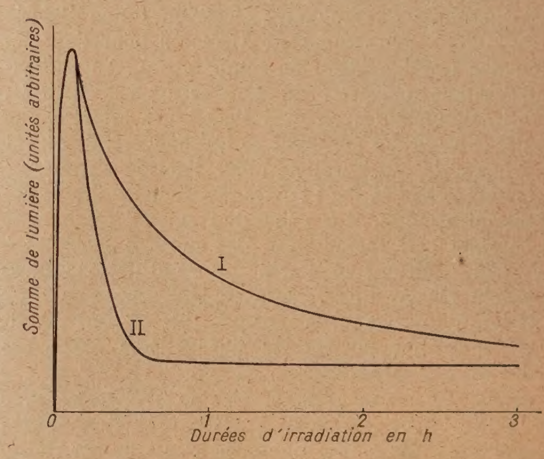


Fig. 11. — Évolution de l'illumination fugace en fonction de la durée d'irradiation, aux rayons X ou aux rayons ultraviolets.
I, excitation aux rayons ultraviolets,
II, excitation aux rayons X.

A temps de repos R constant la courbe $S = f(r)$ passe par maximum pour une certaine dose (r_M) ; puis elle décroît et tend asymptotiquement, lorsque la dose r augmente indéfiniment, vers une valeur limite relativement faible [16].

A titre indicatif nous avons reporté sur la figure 11 les courbes obtenues pour un même sulfure, soit avec une exposition aux rayons X, soit avec une exposition aux rayons ultraviolets ; dans les deux

cas les intensités des rayonnements excitateurs sont telles que le maximum ait lieu pour une même durée d'exposition. Les durées d'irradiation portées en abscisses sont proportionnelles aux quantités de rayonnement reçues et les deux courbes, bien que non superposables, présentent une forme analogue.

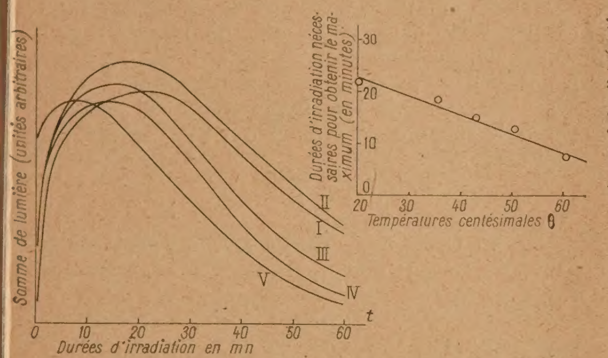


Fig. 12. — Évolution de l'illumination fugace en fonction de la durée d'irradiation, à différentes températures (R = 0).

Pareillement nous avons pu constater qu'en irradiant aux rayons α du polonium la somme de lumière à l'illumination fugace passe encore par un

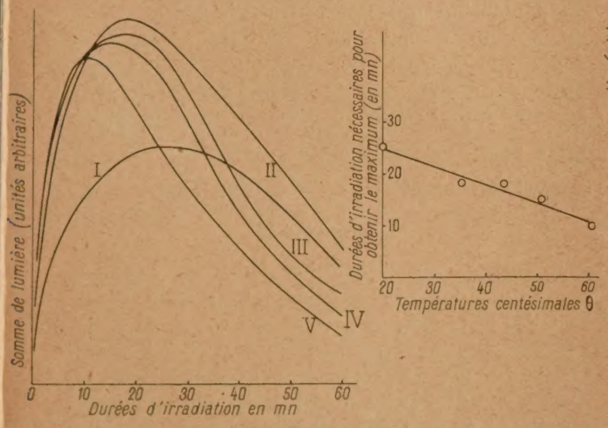


Fig. 13. — Évolution de l'illumination fugage en fonction de la durée d'irradiation, à différentes températures (R = 30 s).

maximum qui correspond, pour le sulfure étudié, à une moyenne de une particule α pour 10 000 molécules de SZn (irradiation de 2 h avec une source de 6 000 U. E. S. placée à 1 cm de distance d'un écran de SZn de 5 cm² de surface et vu des divers points de la source sous un angle solide moyen de 3 stéradians).

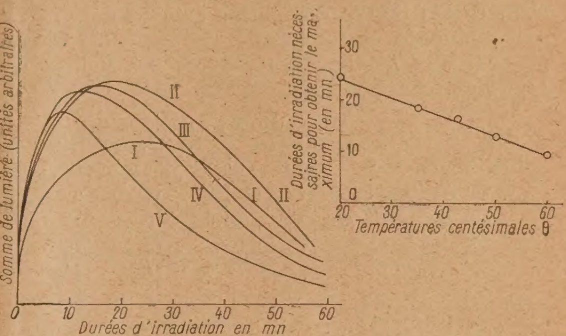


Fig. 14. — Évolution de l'illumination fugace en fonction de la durée d'irradiation, à différentes températures. (R = 5 mn).

En opérant à des températures différentes les courbes conservent la même allure mais elles se déforment [15]. Nous donnons sur les figures 12, 13, 14 et 15, relatives à l'échantillon n° 4, les

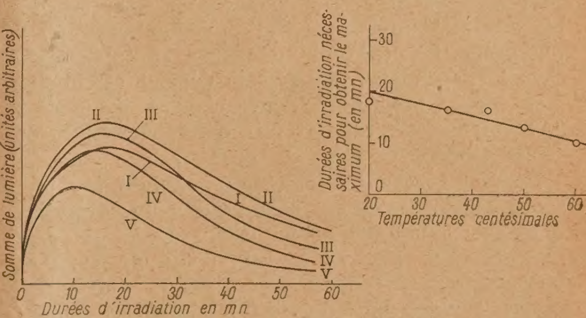


Fig. 15. — Évolution de l'illumination fugace en fonction de la durée d'irradiation, à différentes températures. (R = 15 mn).

résultats obtenus avec une source de rayons X d'intensité et de bande spectrale passante constantes [1]. D'une façon générale le maximum se déplace vers les faibles durées d'irradiation quand la température croît; enfin, la valeur du maximum commence d'abord par croître jusque vers une température de 35° C, puis elle décroît lorsque la température s'élève davantage.

[1] Les chiffres I, II, III, IV et V de ces différentes courbes correspondent à 20, 35, 45, 50 et 60° C.

Quelle que soit la durée du temps de repos R le maximum de S a lieu pour une durée d'irradiation bien déterminée qui, aux erreurs d'expérience près, reste indépendante de la température ; c'est notamment ce qui résulte du tableau suivant dans lequel sont consignées en minutes les époques qui correspondent aux maxima des courbes des figures 12, 13, 14 et 15.

	R temps de repos.				
Températures.	0.	30 s.	5 mn.	15 mn.	Moyennes.
20°	22	25	24	18	22
35°	18,5	18	18,5	16	18
45°	15	18	16	16	16
50°	14	15	12,5	14	14
60°	8	10	8,5	10	9

Exposé théorique de la forme des courbes $S = f(r)$. — Dans une précédente publication [16], nous avons signalé que la forme des courbes $S = f(r)$ pouvait s'interpréter par un effet photoélectrique général des rayons X sur l'ensemble des électrons du réseau cristallin. Nous reprendrons ici ce calcul d'une manière moins simplifiée qui nous conduira précisément vers une concordance plus satisfaisante avec les faits expérimentaux.

En accord avec les théories classiques de la phosphorescence, nous admettrons que les électrons projetés hors du réseau viennent se fixer sur des niveaux métastables introduits par l'impureté phosphorogène. La probabilité de retour de ces électrons sous la dépendance du réseau dépend essentiellement de la position de leurs niveaux de capture momentanée par rapport aux dernières bandes du réseau (théorie de Mott et Gurney).

Pour un niveau déterminé la probabilité de retour serait constante, ce qui conduirait à une évolution purement exponentielle du déclin de la phosphorescence. En fait, vu la complexité du composé phosphorescent, ces niveaux discrets doivent se ranger suivant une répartition statistique autour d'une position moyenne, ce qui entraîne naturellement une répartition statistique des vies moyennes.

Ces vues ont été confirmées par les travaux expérimentaux de Lenard et Kuppenheim [17], Saddy [18] et D. Curie [19] sur le déclin de la phosphorescence des sulfures de zinc.

Plus un niveau discret de capture est profond et plus il faut lui attribuer une vie moyenne longue (théorie de Gurney et Mott); ceci est précisément le cas des niveaux de fixation des électrons responsables de l'illumination fugace, le retour de ces électrons sous la dépendance du réseau étant particulièrement lent [3].

Recherchant avant tout une allure du phénomène, nous simplifierons momentanément le problème en ne considérant qu'une seule espèce de niveau auquel nous attribuerons une vie moyenne particulièrement grande. L'impureté phosphorogène étant très dispersée, examinons ce qui se passe au voisinage de l'accident local introduit dans le réseau par le groupe luminogène étranger.

Sous l'influence du rayonnement ionisant les électrons de la dernière bande presque pleine du réseau possèdent une certaine probabilité (a') de venir se fixer, dans l'unité de temps, sur le niveau considéré ; et par suite dans l'intervalle de temps dt il se trouve dn_1 électrons projetés sur ce niveau. En désignant par n_0 le nombre total d'électrons susceptibles de concourir à la luminescence du cristal, et par n le nombre de ceux-ci qui se trouvent déjà capturés, on a

$$dn_1 = a'(n_0 - n)\,dt.$$

Mais ces électrons tendent à revenir sous la dépendance du réseau; d'une part de manière spontanée (vie moyenne τ ou encore probabilité de retour dans l'unité de temps $\frac{1}{\tau}$), d'autre part sous la propre influence du rayonnement ionisant susceptible d'agir sur eux comme sur tout autre électron du réseau (probabilité b' de retour dans l'unité de temps). On peut écrire

$$dn_2 = \left(\frac{1}{\tau} + b'\right) n\,dt$$

en désignant par dn_2 le nombre de ceux des n électrons capturés qui quittent ainsi leurs « pièges » dans l'intervalle de temps dt sous l'action combinée de l'évolution normale et de l'influence ionisante directe du rayonnement excitateur. Mais étant données les valeurs très élevées de τ pour les pièges profonds responsables de l'illumination fugace (phénomène que l'on peut observer parfois plusieurs jours après l'irradiation), le terme $\frac{1}{\tau}$ peut être ici négligé devant b' et l'on a sensiblement

$$dn_2 \neq b'\,n\,dt.$$

Il existe enfin une autre cause de « désactivation » due à l'action générale ionisante des rayons X. Soit dn_3 la réduction par cette action, dans l'intervalle de temps dt, du nombre d'électrons capturés. Ce nombre dn_3 est proportionnel à n et au nombre N d'électrons du réseau projetés loin de leurs niveaux normaux; on peut donc poser

$$dn_3 = c'\,n\,N\,dt.$$

On a finalement

$$dn = dn_1 - dn_2 - dn_3,$$

$$\frac{dn}{dt} = a'\,n_0 - (a' + b' + c'N)\,n.$$

Les constantes a', b', c' étant proportionnelles à l'intensité i du faisceau excitateur.

En posant

$$a' = ai,$$
$$b' = bi,$$
$$c' = ci,$$

nous obtenons, en remarquant que $i\,dt = d\,(it)$ et que it représente la dose totale r de rayonnement reçue,

$$\frac{dn}{dr} = an_0 - (a + b + cN)n,$$

N est une fonction de la dose r reçue, qui se présente sous la même forme. On pourrait pareillement définir trois nouvelles constantes A, B, C, telles que

$$\frac{dN}{dr} = AN_0 - (A + B + Cn)N,$$

mais étant donné la grande dispersion de l'impureté phosphorogène, n est toujours très petit devant N si bien que dans cette dernière relation le terme correctif (Cn) peut être négligé devant la somme $A + B$; ainsi :

$$N \neq \frac{AN_0}{A+B}\left[1 - e^{-(A+B)r}\right]$$

et

$$\frac{dn}{dr} + \left\{(a+b) + \frac{cAN_0}{A+B}\left[1 - e^{-(A+B)r}\right]\right\}n = an_0.$$

Posons pour simplifier

$$\alpha = a + b,$$
$$\beta = cAN_0,$$
$$\gamma = A + B,$$
$$\delta = \alpha + \frac{\beta}{\gamma} = a + b + \frac{cAN_0}{A+B}.$$

La résolution classique de l'équation différentielle précédente conduit à

$$n = an_0\,\varphi(r)\int_0^r \frac{dr}{\varphi(r)}$$

avec

$$\varphi(r) = e^{-\delta r - \frac{\beta}{\gamma^2}e^{-\gamma r}}$$

L'énergie lumineuse libérée à l'illumination fugace est proportionnelle à n, la fonction précédente représente donc assez bien la variation de la « somme de lumière » S en fonction de la dose r reçue. Le nombre n, donc S, passe par un maximum pour une valeur du temps donnée par la résolution de l'équation

$$\frac{-1}{\varphi'(r)} = \int_0^r \frac{dr}{\varphi(r)}$$

et il est aisé de voir que cette équation n'admet qu'une seule solution; on a en effet

$$\frac{\dfrac{d}{dr}\left[-\dfrac{1}{\varphi'(r)}\right]}{\dfrac{d}{dr}\left[\displaystyle\int_0^r \frac{dr}{\varphi(r)}\right]} = 1 - \frac{\beta e^{-\gamma r}}{\left[\alpha + \dfrac{\beta}{\gamma}(1 - e^{-\gamma r})\right]^2}.$$

Pour une même valeur de r, le rapport des coefficients angulaires aux courbes $-\frac{1}{\varphi'(r)}$ et $\int_0^r \frac{dr}{\varphi(r)}$ va donc croissant avec r, et pour r infini les deux courbes deviennent parallèles. En outre, pour $r = 0$, le rapport des tangentes aux deux courbes est égal à $1 - \frac{\beta}{\alpha^2}$. Enfin la première courbe part de l'ordonnée $\frac{e^{\frac{\beta}{\gamma^2}}}{\alpha}$ et la deuxième part de zéro. On a donc l'apparence représentée sur le graphique de la

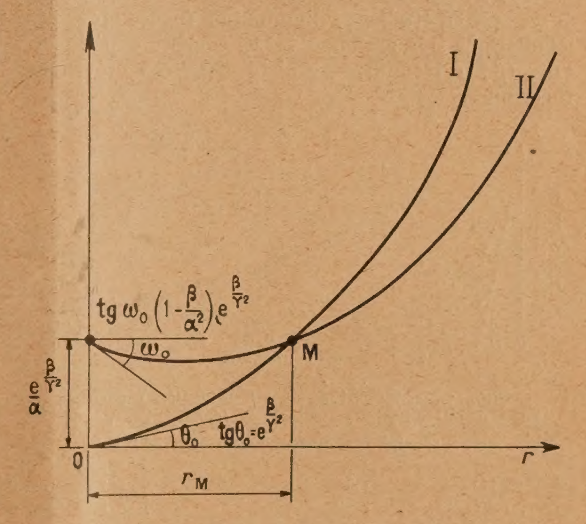


Fig. 16. — Détermination de la dose de rayonnement correspondant au maximum de l'illumination fugace (pour r infini les branches I et II sont parallèles).

Courbe I, en ordonnées $\int_0^r \frac{dr}{\varphi(r)}$;

courbe II, en ordonnées $-\frac{1}{\varphi'(r)}$.

figure 16. Les deux courbes se coupent toujours une fois sauf pour $\beta = 0$, auquel cas elles sont parallèles; mais cette limite correspond à un faisceau dont l'action désactivante serait nulle ($c = 0$).

Le maximum de la « somme de lumière » s'obtient pour une valeur r_M de la dose correspondant à l'abscisse du point M.

De plus la valeur du maximum s'obtient en faisant par exemple $\frac{dn}{dr} = 0$ dans l'équation différen

tielle initiale, on trouve

$$n_M = \frac{a n_0}{\alpha + \frac{\beta}{\gamma}(1 - e^{-\gamma r_M})}.$$

Ainsi, à température constante le maximum est obtenu pour une dose (r_M) déterminée, indépendante de l'intensité du faisceau excitateur; et la valeur absolue de ce maximum est elle-même indépendante de l'intensité du faisceau.

Pour r infini, n tend vers une limite n_∞ telle que

$$n_\infty = \frac{a n_0}{\alpha + \frac{\beta}{\gamma}},$$

valeur indépendante aussi de l'intensité du faisceau.

La première de ces conclusions est conforme aux résultats expérimentaux déjà publiés [16].

Nous avons cherché à vérifier expérimentalement la seconde en étudiant l'illumination fugace après des irradiations très prolongées. Les courbes expérimentales (*fig.* 17) confirment pleinement ces prévisions théoriques.

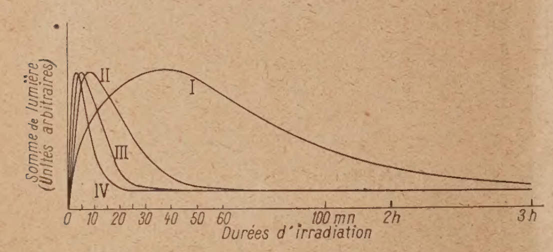


Fig. 17. — Évolution de l'illumination fugace pour des irradiations prolongées (échantillon n° 4).

I,	intensité	0,3	mA. Maximum	à 35 mn;
II,	»	1	» »	9 » ;
III,	»	1,5	» »	6 » ;
IV,	»	2,25	» »	4 » ;

Enfin, si l'on tient compte du fait que les discontinuités d'absorption des éléments constitutifs du ZnS phosphorescent correspondent à des radiations X extrêmement « molles » de longueur d'onde très supérieure à celles qui constituent la bande spectrale passante d'un faisceau filtré par de l'aluminium ou du cuivre et produit par une tension accélératrice supérieure à 60 kV, l'énergie absorbée par le SZn est pour un faisceau excitateur d'intensité ionométrique donnée d'autant plus faible que le faisceau est plus « pénétrant » (longueur d'onde moyenne plus courte). Le maximum de la courbe $S = f(r)$ doit donc se produire pour des doses d'irradiation d'autant plus élevées que le faisceau est davantage filtré ou produit par une tension accélératrice plus élevée, conclusion tout à fait conforme aux résultats expérimentaux déjà publiés [16].

Toute élévation de température, en accroissant la mobilité des électrons, doit surtout faciliter les échanges au terme desquels se produit l'action désactivante caractérisée par le facteur c. En supposant en première analyse tous les facteurs a, b, A, B indépendants de la température, c seul étant fonction croissante de celle-ci, on voit que toute élévation de température tend à faire croître le rapport $\frac{\beta}{\alpha^2}$, c'est-à-dire à rabaisser la courbe $-\frac{1}{\varphi(r)}$ et à élever la courbe $\int_0^r \frac{dr}{\varphi(r)}$, courbes dont les intersections fournissent la dose correspondant au maximum de S. Ce maximum doit donc se produire pour des irradiations moins longues, conclusion conforme aux résultats expérimentaux des figures 12, 13, 14 et 15.

Par contre la valeur du maximum de S est une fonction plus complexe de la température θ, le nombre n_0 d'électrons susceptibles de concourir au phénomène est croissant avec θ, ce qui tend à accroître le maximum de S; mais le produit $c(1 - e^{-\gamma r_M})$, qui figure au dénominateur de l'expression de n_M, est lui aussi croissant.

L'allure des courbes expérimentales montre que les variations du dénominateur l'emportent rapidement sur celles de n_0.

Si pareillement nous ne pouvons prévoir *a priori* le sens des variations de n_∞, nous pouvons par contre comparer les expressions de n_M et de n_∞; nous obtenons

$$\frac{n_\infty}{n_M} = 1 - \frac{e^{-\gamma r_M}}{1 + \frac{\alpha\gamma}{\beta}}.$$

En élevant la température nous avons vu que r_M diminuait tandis que β croissait; ainsi dans la fraction ci-dessus le dénominateur décroissant et le numérateur croissant il s'ensuit que le rapport $\frac{n_\infty}{n_M}$ doit nécessairement diminuer ou, ce qui revient au même, le rapport inverse $\frac{n_M}{n_\infty}$ doit croître avec la température. C'est bien ce que vérifie l'expérience ainsi qu'il est indiqué ci-dessous :

Température centésimale θ.	Valeur de $\frac{n_M}{n_\infty}$.
25°	12,4
35°	13
55°	26,7

Dans l'ensemble les résultats expérimentaux sont donc conformes à l'hypothèse d'une désactivation ayant son origine dans l'ionisation générale du réseau. On serait tenté d'étendre ces résultats à la luminescence visible et l'on pourrait s'attendre à ce que la brillance d'un écran soumis à l'action des

rayons X croisse elle aussi pour passer par un maximum, puis décroisse ensuite pour tendre asymptotiquement vers une valeur limite; or cette apparence n'a jamais été signalée et nous avons nous-même vérifié, par des irradiations prolongées, que la brillance d'un écran soumis à l'action des rayons X allait continuellement croissant vers une valeur limite. Aux erreurs d'expérience près nous n'avons pu observer de maximum. Ce fait s'explique très bien dans la théorie précédente; si nous nous reportons aux hypothèses du début, nous avions trouvé

$$dn_2 = \left(\frac{1}{\tau} + b'\right) n \, dt.$$

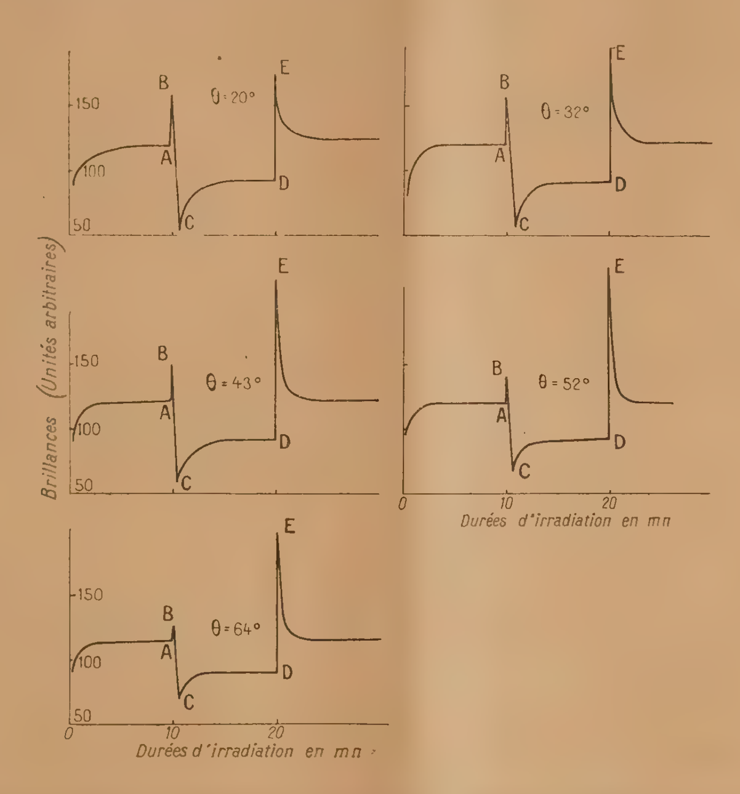


Fig. 18. — Évolution, à différentes températures, des illuminations fugaces à l'établissement et à la suppression du champ (échantillon n° 3).

Dans le phénomène d'illumination fugace il s'agit de niveaux de capture profonds auxquels correspondent des vies moyennes très élevées pouvant être de plusieurs heures ou même de plusieurs jours; le facteur b' est alors grand devant $\frac{1}{\tau}$. Par contre dans la luminescence visible il s'agit de niveaux peu profonds qui correspondent à des vies moyennes très faibles, de l'ordre de la seconde ou même d'une fraction de seconde (la brillance tombant instantanément à une valeur beaucoup plus faible dès que cesse l'action des rayons X). Il s'ensuit que le terme $\frac{1}{\tau}$ est ici très grand devant b' et même devant le terme $c'N$ qui caractérise l'ionisation générale du réseau. On retrouve, en négligeant alors ces derniers devant $\frac{1}{\tau}$, la fonction toujours croissante

$$n = \frac{a' n_0}{a' + \frac{1}{\tau}} \left[1 - e^{-\left(a' + \frac{1}{\tau} t\right)} \right].$$

Effet d'une élévation de température sur l'illumination fugace observée à la suppression du champ. — Dans le cas des sulfures à illumination fugace les phénomènes traduits par les courbes du type des figures 1 et 10 sont profondément perturbés. A l'établissement comme à la suppression du champ les deux phénomènes fugaces d'extinction et d'illumination se superposent.

A titre d'exemple, nous indiquons sur les figures 18 et 19 les résultats obtenus à différentes tempéra-

tures avec les échantillons nos 3 et 4. Les rayons X sont maintenus en permanence; après 10 mn d'irradiation on établit le champ, puis après un nouvel intervalle de temps de 10 mn on le supprime.

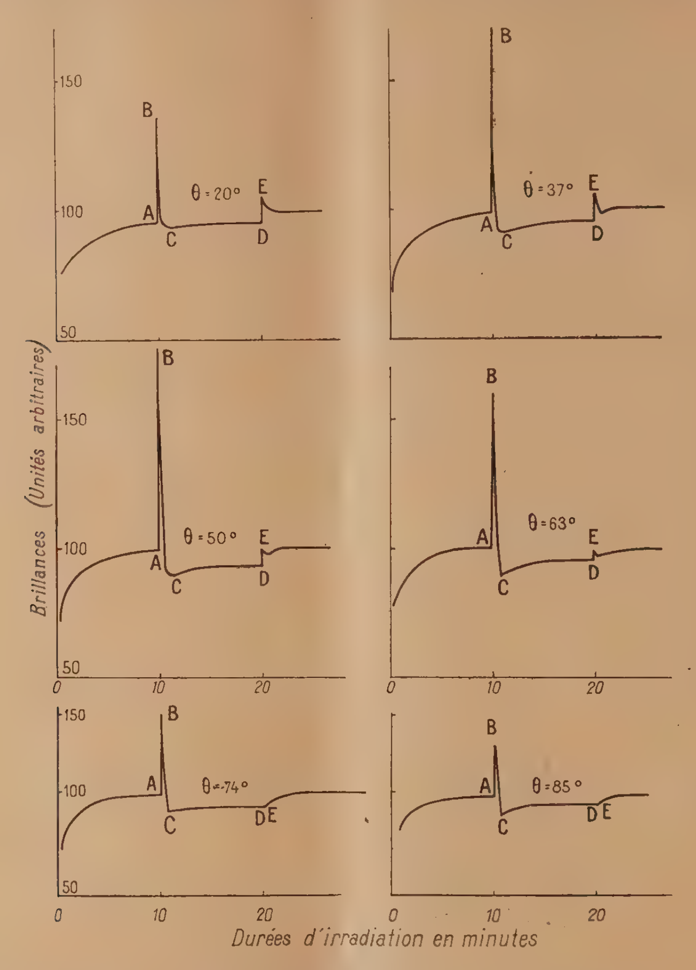


Fig. 19. — Évolution, à différentes températures, des illuminations fugaces à l'établissement et à la suppression du champ (échantillon n° 4).

D'une manière générale nous notons à l'époque d'établissement du champ (abscisse du point A) une illumination fugace AB suivie d'une extinction fugace BC, et pareillement à l'époque de la suppression du champ (abscisse du point D) une nouvelle illumination fugace DE laquelle, pour l'échantillon n° 3, est bien plus importante que la première illumination.

Quand la température s'élève progressivement la première illumination AB commence d'abord par croître, elle passe par un maximum, puis décroît; il en va de même pour la deuxième illumination DE et cette dernière, dans le cas de l'échantillon n° 4, disparaît même complètement à 74° C.

Ici, comme dans le cas de l'extinction fugace, nous nous limiterons pour l'instant à des indications qualitatives; nous nous proposons d'ailleurs d'y revenir ultérieurement.

Résumé et conclusions. — L'extinction permanente des sulfures sous l'action du champ électrique croît en général régulièrement avec la température, pour un sulfure seulement elle s'est révélée à peu près indépendante de la température; pour certaines autres substances l'extinction est à peu près totale pour des températures de l'ordre de 70° C. Nous n'avons pu trouver une interprétation théorique simple, mais nous suggérons un certain paral-

lélisme avec l'action extinctrice des radiations infrarouges. L'extinction fugace disparaît progressivement quand la température s'élève.

L'illumination fugace des sulfures après excitation aux rayons X croît d'abord avec la température, elle passe par un maximum, puis décroît quand la température s'élève davantage.

Les courbes $S = f(r)$ (S somme de lumière à l'illumination fugace, r dose de rayonnement X reçue) ont un maximum qui se déplace vers les faibles valeurs de r lorsque la température s'élève. Le rapport $\frac{S_{max}}{S_\infty}$ [S_{max}, maximum de la courbe $S = f(r)$ et S_∞ valeur limite pour r infini] croît régulièrement avec la température. Les résultats expérimentaux sont en accord avec la théorie d'une action antagoniste consécutive à l'ionisation générale produite par la radiation excitatrice sur l'ensemble des atomes du réseau.

Manuscrit reçu le 12 mai 1950.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Destriau G. — *Phil. Mag.*, 1947, 7e série, **38**, 700, 774 et 880.
[2] Destriau G. — *J. Chim. Phys.*, 1936, **33**, 587.
[3] Destriau G. — *J. Phys. Radium*, 1943, **4**, 32.
[4] Gudden B. et Pohl R. — *Z. Phys.*, 1920, **1**, 192.
[5] Destriau G. et Robert L. — *Ann. de Physique*, 1942, **17**, 318.
[6] Mattler J. — *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **230**, 76.
[7] Mott N. F. — *Proc. Roy. Soc.*, 1938, **167**, 384; Gurney R. W. et Mott N. F. — *Trans. Farad. Soc.*, 1939, **35**, 69 et « *Electronic processes in ionic crystals* », Chap. VI, 3e Partie, Oxford University Press, 1948.
[8] Klassens H. A. — *Nature*, 1946, **158**, 306; Wise M. E. et Klassens H. A., *J. Opt. Soc. Amer.*, 1948, **38**, 226.
[9] Destriau G. — *C. R. Acad. Sc.*, 1944, **218**, 791.
[10] Curie M. — *Fluorescence et Phosphorescence*, Librairie Hermann, éditeurs, 1946, p. 100 et 135.
[11] Curie M. — *Thèse*, 1923.
[12] Peyrou C. — *Thèse*, 1948.
[13] Destriau G. et Mattler J. — *J. Physique Radium*, 1948, **9**, 258.
[14] Destriau G. — *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **230**, 1061.
[15] Destriau G. — *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **230**, 205.
[16] Destriau G. et Mattler J. — *J. Physique Radium*, 1946, **7**, 259.
[17] Lénard P. et Kuppenheim H., *Ann. der Physik*, 1923, **70**, 113.
[18] Saddy J. — *C. R. Acad. Sc.*, 1946, **222**, 1002; *Ann. de Physique*, 1947, **2**, 414; *C. R. Acad. Sc.*, 1949, **228**, 2022.
[19] Curie D. — *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **230**, 1400.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 11, OCTOBRE 1950, PAGE 541.

SPECTRES DE RAMAN ET STRUCTURE DU CARBONATE ACIDE DE POTASSIUM

Par Lucienne COUTURE-MATHIEU.

Chargée de recherches au C. N. R. S. Laboratoire de Recherches Physiques, Sorbonne.

Sommaire. — Le spectre de Raman de monocristaux de CO_3HK permet de déceler la présence de liaisons hydrogène unissant entre eux les ions CO_3 de ce cristal; l'étude des vibrations internes de l'ion CO_3 conduit à orienter les ions dans la maille et à proposer une structure approchée du cristal. Les liaisons hydrogène abaissent la symétrie de l'ion CO_3 et produisent des élargissements parfois considérables des raies de vibrations internes.

1. Introduction. — L'étude de la structure cristalline du carbonate acide de sodium CO_3HNa (Zachariasen, 1933) a révélé l'existence de liaisons hydrogène dans ce cristal. Le présent travail fut entrepris afin d'étudier par les spectres de Raman les liaisons hydrogène et leur influence sur les ions complexes des carbonates acides. Malheureusement, jusqu'à présent, je n'ai pu obtenir de monocristaux présentant une taille suffisante que pour le bicarbonate de potassium, dont on ignore la structure.

Les cristaux de bicarbonate de potassium sont décrits par Groth (1908); leur symétrie est monoclinique holoèdre, de même que celle des cristaux de bicarbonate de sodium, qui cependant ne leur

sont pas isomorphes. Le plan des axes optiques est b (010); la bissectrice aiguë fait avec l'axe c un angle de 30° dans l'angle obtus β [1].

Les dimensions de la maille élémentaire ainsi que le groupe de symétrie ont été déterminés par Dhar (1937) [2] :

$$a = 15{,}01\ \text{Å}, \quad b = 5{,}69\ \text{Å}, \quad c = 3{,}68\ \text{Å}, \quad \beta = 104°, 30'.$$

Le nombre de molécules contenues dans la maille élémentaire est $Z = 4$. Le groupe de symétrie est $C_{2h}^5 (P2_1/a)$. Les points généraux ont donc pour coordonnées :

$$\text{I} : \; x, y, z; \qquad \text{II} : \; \bar{x}, \bar{y}, \bar{z};$$

$$\text{III} : \; \frac{1}{2} - x, \; \frac{1}{2} + y, \; \bar{z}; \qquad \text{IV} : \; \frac{1}{2} + x, \; \frac{1}{2} - y, \; z;$$

et les centres de symétrie :

$$a : \; 0, 0, 0; \; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0; \qquad b : \; 0, 0, \frac{1}{2}; \; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2};$$

$$c : \; \frac{1}{2}, 0, 0; \; 0, \frac{1}{2}, 0; \qquad d : \; \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}; \; 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}.$$

Les seuls éléments de symétrie vrais étant des centres de symétrie, et les ions complexes CO_3^{--} ne pouvant avoir de centre de symétrie, ces ions se trouvent dans des positions générales (symétrie C_1). Il n'y a donc dans la maille élémentaire qu'une seule famille de quatre ions CO_3^{--}.

2. Dispositif expérimental. — Le cristal étudié provient d'une solution évaporée pendant un an, à la température de 18°C et dans une atmosphère de gaz carbonique. Taillé en parallélipipède rectangle suivant les plans de symétrie de l'ellipsoïde des indices, ses arêtes mesurent : 14, 7 et 4 mm.

Les spectres de Raman ont été obtenus à l'aide d'un spectrographe Cojan-Bouty ouvert à F/5, ayant une dispersion de 20 Å : mm dans la région utilisée. Le montage permettait l'étude de la polarisation de la lumière diffusée. La mesure des fréquences est faite à la précision de 1 cm⁻¹ pour les raies les plus fines; les mesures d'intensité des raies ont été faites par photométrie photographique avec un microphotomètre Challonge.

3. Résultats expérimentaux. — Le cristal est rapporté à trois axes : OY direction de l'axe binaire, OX direction de la bissectrice de l'angle aigu, OZ direction de la bissectrice de l'angle obtus des axes optiques.

TABLEAU I.

Spectres de Raman d'un monocristal de CO_3HK.

Fréquences (cm^{-1}).	Demi-largeur (cm^{-1}).	Intensités. A_g. ε^2_{XX}.	ε^2_{YY}.	ε^2_{ZZ}.	ε^2_{ZX}.	B_g. ε^2_{XY}.	ε^2_{YZ}.	Types.
78......	5,5	–	–	–	–	25	4,5	B_g
84......		–	–	–	3,0			A_g
105......	6,5	–	–	–	–	22	–	B_g
112......	7,5	–	–	–	6,0	–	–	A_g
134......	7,5	–	–		4,5	1,5	2,5	$A_g + B_g$
186......	9,5	–	–	–	(10)	–	–	A_g
222......	–	–	–	–	–		2	B_g
635......	6	–	3,0	6,1	–	–	0,9	$A_g + B_g$
676......	6	–	3,1	0,5	–	–	0,8	$A_g + B_g$
1029......	6	2,0	11	15	–	–	0,55	A_g
{ 1270......	150	~2	~2	~3,5	~2		–	A_g
{ 1283......	18	–	–	12	–	–	–	A_g
1682......	–	Faible	Faible	1,2	–	–	–	A_g
1720......	200	~1	~1	~1	~1	–	–	A_g

Le tableau I donne les fréquences des raies, leur demi-largeur et les intensités relatives des coefficients des tenseurs de polarisabilité. Le coefficient ε^2_{ZX} de la raie 186 cm⁻¹ a été pris arbitrairement égal à 10. Seules les intensités des coefficients différentes de zéro ont été indiquées dans le tableau. La demi-largeur de la raie 1087 cm⁻¹ de la calcite, mesurée dans les mêmes conditions, a été trouvée égale à 3,5 cm⁻¹. Les intensités indiquées sont relatives à la densité du sommet de la raie et ne tiennent pas compte de sa largeur. En opérant par intégration,

(1) Mögge (1930) donne 45° comme valeur de cet angle, mais de nouvelles mesures assez peu précises m'ayant donné 29°, je pense que c'est la valeur indiquée par Groth qui est exacte.

(2) Dixon (1939), sans avoir eu connaissance de l'article de Dhar, indique que le groupe C_{2h}^4, qui lui semble devoir être retenu, est impossible pour des raisons d'empêchement stérique et il propose le sous-groupe C_2^2. Mais les résultats expérimentaux sur lesquels il se base ne conduisent pas au groupe C_{2h}^4 mais bien C_{2h}^5. Les conclusions de cet article ne nous semblent donc pas devoir être retenues.

comme il a été fait dans certains cas, les raies très larges auraient une intensité relative beaucoup plus considérable.

Mlle Monique Harrand de ce laboratoire a bien voulu se charger de faire le spectre de Raman d'une poudre cristalline de carbonate acide de sodium. Ses résultats expérimentaux sont donnés dans le tableau II.

TABLEAU II.

Spectres de Raman de poudre de CO_3HNa.

Fréquences.......	660?	695?	1049	1265

Le spectre infrarouge des carbonates acides a été étudié par R. Duval, Cl. Duval, J. Lecomte (1943).

4. Discussion des résultats expérimentaux. — A. *Etude de la structure.* — L'étude des spectres, jointe à la connaissance de la symétrie atomique et de la grandeur de la maille du cristal, permettent de proposer une structure approchée du carbonate acide de potassium.

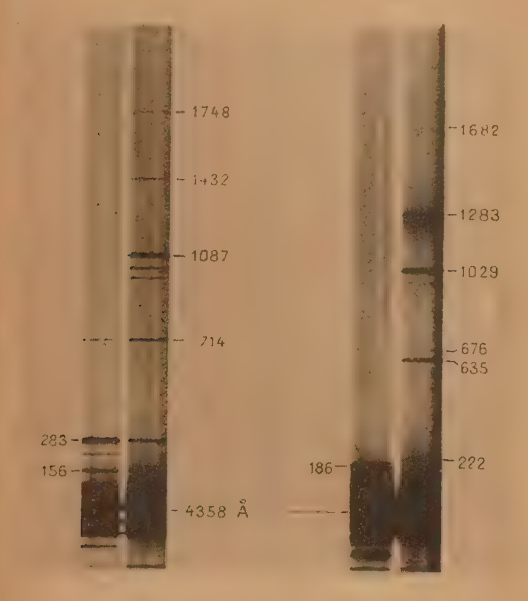


Fig. 1.
1. Spectre de Raman de la calcite, CO_3Ca.
2. Spectre de Raman de CO_3HK.

Les spectres de vibrations internes des ions CO_3 révèlent une grande perturbation de ces ions. On peut les comparer par exemple aux spectres bien connus de la calcite (*fig.* 1).

L'élargissement de toutes les raies, la présence de bandes très larges et la diminution des fréquences, d'une part, l'analogie entre les spectres des carbonates acide de sodium et de potassium d'autre part, conduisent à penser *qu'il existe dans ce dernier cristal, comme dans celui de carbonate acide de sodium* (Zachariasen, 1933), *des chaînes* $(\ldots CO_3^{--} H^+ CO_3^{--} H^+ \ldots)$ *d'ions* CO_3^{--} *liés entre eux par des liaisons hydrogène.*

On peut considérer divers enchaînements des quatre ions CO_3 de la maille désignés par I, II, III et IV selon les coordonnées indiquées ci-dessus. Ceux qui font intervenir les quatre ions de la maille sont impossibles, car les éléments de symétrie avec glissement sont binaires et on doit retrouver de deux en deux des ions homologues. Les seules possibilités sont données par le tableau III.

TABLEAU III.

Cas.	Composition des chaînes d'ions CO_3.	Éléments de symétrie des chaînes.
A...	I-II-I... et III-IV-III...	Centres
B...	I-III-I... et II-IV-II....	Axes binaires hélicoïdaux
C...	I-IV-I... et II-III-II....	Plans avec glissement

Des considérations sur le couplage des vibrations internes des ions CO_3 (*voir* en 4, B, 2°, *a*) montrent que *les éléments de symétrie des chaînes sont des centres de symétrie* (cas A du tableau III) : deux ions CO_3 liés entre eux par une liaison hydrogène sont donc symétriques l'un de l'autre par rapport à un centre de symétrie. Il en résulte que les atomes d'hydrogène, ou tout au moins leurs positions moyennes, se trouvent sur des centres de symétrie et que les plans des ions CO_3 d'une même chaîne sont parallèles.

Cherchons quelle est l'orientation de ces plans dans le cristal. Les plans des ions CO_3 des deux chaînes de la maille peuvent avoir ou non même orientation. Les diverses considérations suivantes nous conduisent à penser que *tous les ions* CO_3 *sont à peu près parallèles, la direction de la perpendiculaire à leur plan étant* OX, *bissectrice aiguë de l'angle des axes optiques.*

1° Les propriétés optiques : il existe de grandes analogies optiques entre les cristaux des carbonates acides de potassium et de sodium; la biréfringence est forte et négative, les indices très voisins :

	n_p	n_m	n_g
CO_3HNa......	1,380	1,500	1,586
CO_3HK.......	1,383	1,487	1,581

Dans le carbonate acide de sodium (Zachariasen,

1933) tous les ions CO_3 sont perpendiculaires à la direction de la bissectrice aiguë OX qui correspond à n_p. On peut penser qu'il en est de même dans le carbonate acide de potassium;

2° le spectre de Raman : les tenseurs relatifs aux raies de Raman correspondant aux vibrations ν_1 (*voir* en 4, B, 2°, *b*) et ν_3 (*voir* en 4, B, 2°, *a*) indiquent une orientation des ions CO_3 parallèle au plan YZ.

Connaissant la forme et l'orientation des ions CO_3, sachant que deux des atomes d'oxygène d'un même ion doivent toucher des centres de symétrie du cristal, on peut essayer, en se laissant guider par des considérations d'encombrement stérique, de placer les ions CO_3 dans la maille du cristal. On peut chercher d'abord quelle est la direction d'allongement des chaînes ou, plus précisément, la translation qui sépare deux ions CO_3 homologues ou deux centres de symétrie homologues dans une même chaîne.

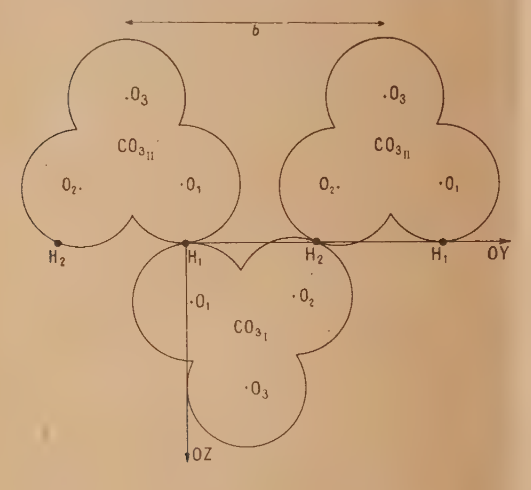


Fig. 2. — Un enchaînement possible des ions CO_3.

La translation $\vec{a}$ s'élimine, car il lui correspond une distance de 15,01 Å, beaucoup trop grande pour que les ions CO_3 successifs restent en contact. Parmi les translations qui restent $\left(\vec{b},\ \vec{c},\ \vec{b}+\vec{c},\ \vec{b}-\vec{c}\right)$, $\vec{c}$ s'élimine; il lui correspond une position des CO_3 par rapport aux centres de symétrie, telle que deux liaisons hydrogène devraient se trouver sur un même atome d'oxygène de l'ion CO_3 ce qui est peu probable. La translation $\vec{c}$ étant petite, les positions possibles des ions CO_3 dans les trois cas où les translations sont $\vec{b}$, $\vec{b}+\vec{c}$, $\vec{b}-\vec{c}$, diffèrent très peu; ce qui différencie ces cas, c'est la direction que prennent les liaisons hydrogène. Les valeurs des indices de réfraction (n_g suivant OZ), les variations d'intensité des raies de Raman qui correspondent aux vibrations ν_1, ν_3 et ν_4 (*voir* en 4, B, 2°, *a*, *b*, *c*) conduisent à penser que la direction des liaisons hydrogène est voisine de OZ; or seul le cas de la translation $\vec{b}$ peut être compatible avec des liaisons hydrogène dont la direction est voisine de OZ.

La figure 2 représente une disposition possible des ions CO_3 d'une même chaîne. Les distances C—O et O—H—O sont égales à 1,31 (Elliott, 1937) et 2,25 Å (Zachariasen, 1933). Les plans des ions CO_3 sont supposés confondus, mais cela n'est pas nécessaire.

Les chaînes se placent dans la maille d'une seule façon possible, déterminée par la position des centres de symétrie et l'orientation des ions CO_3.

Les ions K^+ se logent aisément dans les creux présentés par l'édifice des chaînes (*fig.* 3), ils sont entourés de huit atomes d'oxygène. La régle des valences équilibrées de Pauling (1929) est respectée dans cette structure.

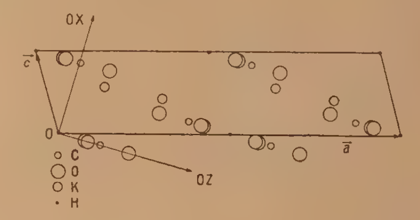


Fig. 3. — Projection des ions de la maille sur le plan *a*, *c*.

Il était intéressant de comparer les intensités qualitatives des taches de diffraction des rayons X publiées par Dhar aux intensités théoriques calculées à partir de la structure approchée déterminée ci-dessus. Les calculs ont été dirigés par Mme P. Herpin, du laboratoire de Minéralogie de la Sorbonne, que je tiens à remercier ici.

Les coordonnées choisies pour les atomes sont les suivantes.

	x.	*y*.	*z*.
O_1.....	0,070	0,084	0,908
O_2.....	0,075	0,483	0,902
O_3.....	0,190	0,270	0,755
C......	0,112	0,279	0,853
K......	0,168	0,777	0,571
H_1.....	0,000	0,000	0,000
H_2.....	0,000	0,500	0,000

Indiquons que pour ces coordonnées, les distances des ions K^+ aux huit ions O^{--} qui les entourent sont les suivantes : 2,77; 2,65; 2,88; 2,76; 3,01; 3,06; 2,69; et 2,87 Å, la somme des rayons ioniques étant 2,65 Å.

Les résultats se trouvent dans le tableau IV où les intensités calculées sont relatives à celle du plan 400 prise arbitrairement égale à 10.

Les trois dernières valeurs calculées sont en très mauvais accord avec l'expérience, l'ensemble des autres étant en assez bon accord. En déplaçant les CO_3 parallèlement à X dans le sens positif de l'axe (*fig.* 3), les valeurs qui correspondent à 401 et 40$\bar{1}$ croissent très vite et deviennent supérieures à celle de 400 (qui reste à peu près constante) pour un déplacement de 0,35 Å; la valeur relative à 201 d'autre part décroît très vite; malheureusement l'intensité de 001 croît aussi très vite. Cette translation ne suffit donc pas à expliquer les résultats expérimentaux, elle s'accompagne probablement d'un changement de l'orientation des CO_3. Signalons en particulier que dans le modèle plan des chaînes (*fig.* 2) les angles $\widehat{C—O—H}$ sont égaux à 122° et 145°, alors que ces angles (égaux à 112° dans CO_3HNa) devraient être plus voisins de 110°. Le déplacement des CO_3 devrait donc tendre à réduire ces angles.

TABLEAU IV.

Plan.	Intensité calculée.	Intensité expérimentale (Dhar, 1937).
200........	1,0	–
400........	(10)	TF
600........	1,6	mf
800........	13	F
(10)00.....	0,1	tf
020........	9,3	F
040........	9,2	m
060........	2,4	f
080........	0,3	tf
001........	0,0	f
002........	1,4	m
003........	1,4	f
004........	0,7	tf
401........	0,2	TF
40$\bar{1}$........	1,6	TF
201........	44	m

TF, très forte; F, forte; m, moyenne; f, faible; tf, très faible.

Des résultats quantitatifs des spectres de rayons X seraient souhaitables pour trouver les coordonnées exactes, car la structure proposée n'est certainement que grossièrement approchée.

B. *Interprétation des spectres de Raman.* — Aucune raie du spectre ne m'a paru devoir être attribuée à la vibration des atomes d'hydrogène. Les spectres se séparent en vibrations externes et vibrations internes de l'ion CO_3.

1° *Vibrations externes.* — Le spectre de basse fréquence de CO_3HK correspond aux degrés de liberté des ions K^+ (par exemple T_X, T_Y, T_Z) et aux degrés de liberté des ions CO_3, où il faut aussi envisager les changements d'orientation, ces ions étant anisotropes (T_X, T_Y, T_Z, R_X, R_Y, R_Z). A un degré de liberté d'un ion correspondent 4 vibrations propres de la maille dont deux, de types A_g et B_g, sont actives en effet Raman.

On peut penser que les librations des ions CO_3 produisent de fortes raies de Raman, comme dans les autres carbonates et nitrates, et surtout R_Y et R_Z si le plan des ions est YOZ.

Le spectre comprend sept raies, pour lesquelles seuls les coefficients transversaux du tenseur de polarisabilité appraissent (*voir* tableau I et *fig.* 4).

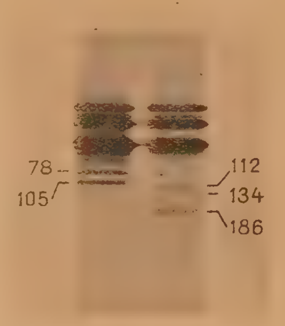


Fig. 4. — Spectre de basse fréquence de CO_3KH.

Les coefficients les plus forts sont ε_{XY}^2 et ε_{ZX}^2; ces coefficients sont ceux qui doivent correspondre aux librations R_Z et R_Y des ions CO_3. Cependant, les raies étant nombreuses, on est obligé pour les interpréter d'admettre le couplage, dans les vibrations propres du cristal, des mouvements de translation et de libration des ions CO_3.

Si nous considérons par exemple la libration R_Y des ions, nous voyons sur la figure 2 qu'elle pourra se coupler avec la translation T_X des ions CO_3. (Un des mouvements résultants possibles serait la libration de l'ensemble d'une chaîne; mais ce mouvement ne peut être une vibration propre que si les forces de rappel dans le mouvement relatif de deux ions CO_3 d'une même chaîne sont très grandes devant les forces de rappel s'opposant à la libration de la chaîne ce qui n'est certainement pas vrai). Aux vibrations propres résultant des degrés de liberté R_Y et T_X, on peut faire correspondre les deux raies 186 et 112 cm^{-1} (coefficient ε_{ZX}).

A la vibration 222 cm^{-1}, avec son coefficient ε_{YZ}, correspond peut-être la libration R_X des ions CO_3. Si cette attribution est exacte l'intensité non négligeable de cette raie prouve l'anisotropie introduite par les liaisons hydrogène dans le plan YZ de l'ion.

Enfin, à la libration R_Z devrait correspondre une raie intense de coefficient ε_{XY} : on en trouve deux, d'intensité voisine, à 78 et 105 cm^{-1}. On ne peut imaginer de couplage de R_Z avec une translation des CO_3 que si la position d'équilibre de ceux-ci

est modifiée par rapport au modèle que nous avons proposé. Nous voyons qu'il serait préférable pour discuter l'interprétation de ces spectres de basse fréquence d'attendre de disposer de données de structure plus sûres et plus précises.

2° *Vibrations internes.* — Toutes les raies et bandes situées entre 600 et 1800 cm^{-1} peuvent s'interpréter comme étant dues à des vibrations internes des ions CO_3 perturbés.

Toute dégénérescence cesse dans l'ion qui n'a plus aucun élément de symétrie; le couplage de chaque vibration simple de l'ion donne deux vibrations de la maille actives en effet Raman, de types A_g et B_g.

Le tableau V donne les résultats théoriques avec les attributions qui ont été faites.

TABLEAU V.

Calcite.		CO_3HK.			
Expérience.	Théorie.	Théorie.		Expérience.	
Fréquences (cm^{-1}).	Dénomination des vibrations ion de symétrie D_{3h}.	Dénomination des vibrations ion de symétrie C_1.	Types des vibrations du cristal.	Fréquences (cm^{-1}).	Types.
714	ν_3	ν'_3	A_g, B_g	635	$A_g + B_g$
		ν''_3	A_g, B_g	676	$A_g + B_g$
1087	ν_1	ν'_1	A_g, B_g	1029	$A_g + B_g$
1432	ν_4	ν'_4	A_g, B_g	1270-1283	A_g
		ν''_4	A_g, B_g	1720	A_g
1748	$2\nu_2$	$2\nu'_2$	A_g, B_g	1682	A_g

Toutes les fréquences sont abaissées relativement à celles de la calcite, sauf celle de la bande 1720 cm^{-1}. Toutes les raies sont élargies et l'on observe deux bandes extrêmement larges (*voir* tableau I).

a. Vibrations ν_3. — L'abaissement des fréquences et la séparation due à la dissymétrie de chaque ion, sont considérables pour une vibration de déformation; nous l'attribuons à l'influence des liaisons hydrogène. En revanche, la séparation de fréquence due à la différence du couplage dans la maille est nulle : les vibrations A_g et B_g ne sont pas séparées dans les conditions d'expérience. La symétrie des vibrations A_g et B_g doit donc être la même relativement à l'élément de symétrie qui fait se correspondre entre eux deux ions CO_3 liés par une liaison hydrogène à laquelle doivent correspondre des forces de couplage assez grandes. Elle peut être différente au contraire vis-à-vis des autres éléments de symétrie, auxquels correspondent des forces de couplage plus faibles, du même ordre que dans les cristaux ioniques ordinaires. La symétrie des vibrations A_g et B_g étant la suivante :

$$A_g : \quad s(C_2^Y), \quad s(\sigma_Y), \quad s(i),$$
$$B_g : \quad a(C_2^Y), \quad a(\sigma_Y), \quad s(i) \quad (^3),$$

on en déduit que les éléments de symétrie des chaînes sont des centres de symétrie.

Les tenseurs relatifs à la vibration dégénérée ν_3 de l'ion CO_3 libre, conduisent au tableau d'intensité suivant rapporté aux axes O*uvw* de l'ion, *w* ayant la direction de l'axe ternaire.

	u	*v*	*w*
u	a^2	a^2	0
v	a^2	a^2	0
w	0	0	0

Si l'on ajoute les tableaux d'intensité relatifs aux deux vibrations ν'_3 et ν''_3 dans le cristal on obtient dans les axes XYZ.

	X	Y	Z
X	0	0	0
Y	0	6,1	1,7
Z	0	1,7	6,6

On peut en déduire immédiatement l'orientation des axes de l'ion par rapport à ceux du cristal : O*w* est parallèle à l'axe OX. Cette orientation n'est d'ailleurs connue que de façon approximative; des coefficients de l'ordre de 0,1, ont pu nous échapper, il leur correspond une variation dans l'orientation de O*w* de l'ordre de 20°.

On en déduit aussi que la vibration reste plane en première approximation, mais les perturbations d'intensité sont telles qu'on ne peut connaître la façon dont se fait la cessation de dégénérescence.

b. Vibration ν_1. — L'abaissement de fréquence de cette raie, relativement à la raie correspondante de la calcite doit être attribué à une diminution moyenne des forces de valence C — O, attribuable

(3) C_2^Y axe binaire, σ_Y plan de symétrie, *i* centre de symétrie; *s* vibration symétrique, *a* vibration antisymétrique.

aux liaisons hydrogène. Rapportons les coefficients du tenseur de cette vibration aux axes *uvw* de l'ion CO_3 et comparons-les à ceux de la calcite rapportés aux mêmes axes, les coefficients ε_{ww} étant rendus égaux :

CO_3HK... $\varepsilon^2_{ww} = 2{,}0$ $\varepsilon^2_{uu} = 11$ $\varepsilon^2_{vv} = 15$
Calcite... $\varepsilon^2_{ww} = 2{,}0$ $\varepsilon^2_{uu} = \varepsilon^2_{vv} =$ 9,5 (Michalke, 1938)

Dans CO_3HK, le rapport $\frac{\varepsilon^2_{uu}}{\varepsilon^2_{ww}}$ est à peu près le même que dans la calcite, le rapport $\frac{\varepsilon^2_{vv}}{\varepsilon^2_{ww}}$ est accru. Nous pensons que l'accroissement du coefficient ε^2_{vv} est dû à la présence de liaisons hydrogène dans une direction voisine de *v* (Z pour le cristal).

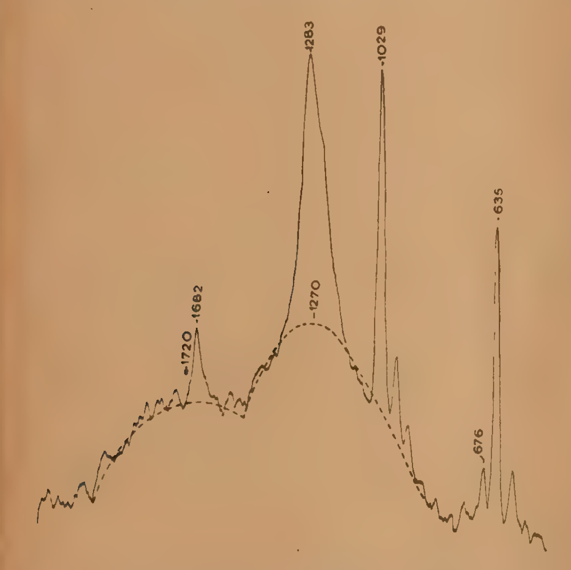


Fig. 5. — Enregistrement microphotométrique du spectre de vibrations internes de CO_3HK correspondant à la figure 1, spectre 2,I.

La polarisation de cette raie montre des anomalies dans le cas de la calcite. Dans le carbonate acide de potassium, le facteur de dépolarisation de cette raie n'est pas nul non plus dans tous les cas d'observation, mais les dépolarisations observées peuvent s'interpréter en admettant la présence d'un coefficient du tenseur ε_{YZ} (dont l'intensité est donnée par le tableau I), ce qui ne pouvait être fait dans la calcite. D'autre part, s'il subsiste cependant des anomalies de polarisation, elles sont certainement cinq fois plus faibles que dans la calcite. En effet, dans le cas où le plan de l'ion est perpendiculaire à la direction d'observation on a $\rho = 0{,}30$ pour la calcite, $\rho \sim 0{,}06$ pour le carbonate acide de potassium.

c. Vibrations ν_4. — Il se trouve dans le spectre deux bandes dont les sommets sont situés respectivement à 1270 et 1720 cm^{-1}, larges de plusieurs centaines de cm^{-1}. La bande à 1270cm^{-1} comprend une partie plus étroite à 1283 cm^{-1} apparaissant seulement dans certaines orientations et correspondant au coefficient ε_{ZZ} (*fig.* 5). Ces bandes sont de type A_g. On peut penser qu'elles correspondent aux deux vibrations simples ν'_4 et ν''_4 de chaque ion CO_3 (*voir* tableau V). La cessation de dégénérescence conduit à une très grande séparation des fréquences de part et d'autre de la fréquence de l'ion non perturbé : parmi les forces de valence unissant les trois atomes d'oxygène à l'atome de carbone, certaines sont diminuées d'autres augmentées. La diminution des forces de rappel de certains des atomes d'oxygène vient assurément de la présence des liaisons hydrogène.

L'intensité de ces bandes, si on ne la mesure plus par l'intensité lumineuse correspondant au maximum des bandes, mais en intégrant dans toute la largeur des bandes, est considérable. Dans le cas de la figure 5 on obtient pour les intensités relatives des raies 1029 (ν'_1) et 1270-1283 (ν'_4) les valeurs 10 et 64, et pour une orientation semblable des ions CO_3 dans la calcite 10 et 0,6 : l'intensité est donc accrue plus de 100 fois. L'accroissement porte surtout sur les coefficients ε_{ZZ}.

d. Vibration 2 ν_2 : 1682 cm^{-1}. — Ici encore il se produit un abaissement des fréquences, bien qu'il s'agisse d'une vibration de déformation de l'ion. La fondamentale n'apparaît pas. La dissymétrie pyramidale de l'ion ne se manifeste donc pas.

L'étude détaillée des vibrations internes de l'ion CO_3 dans le cristal de CO_3HK nous montre une grande perturbation de ces ions que nous attribuons aux liaisons hydrogène. Il n'apparaît pas de dissymétrie pyramidale; la perturbation semble se produire dans le plan de l'ion. La position des protons doit être voisine de ce plan. L'étude des intensités des raies correspondant aux vibrations ν_1, ν_3, ν_4 de l'ion CO_3 montre une exaltation des coefficients ε_{ZZ}, ce qui s'explique par la proximité des atomes d'oxygène liés par une liaison hydrogène

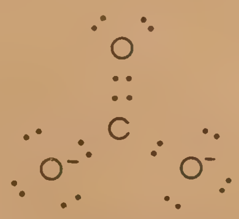


Fig. 6. — Schéma d'une des structures électroniques de l'ion CO_3^{--}.

suivant la direction OZ, les variations de polarisabilité dans les vibrations étant accrues par cette proximité.

L'ion CO_3^{--} non perturbé résulte de la superposition de trois structures en résonance. L'une d'elles est représentée par le schéma de la figure 6; les deux autres s'en déduisent par symétrie autour de l'axe ternaire.

Si chaque ion CO_3^{--} a deux liaisons hydrogène qui l'unissent à ses voisins, l'une de ces structures sera stabilisée par la présence des protons (*fig.* 7). La

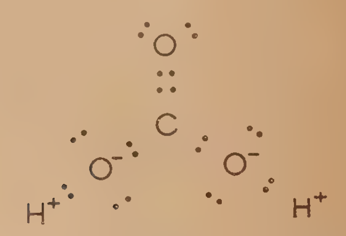


Fig. 7. — Une des trois structures de l'ion CO_3 est stabilisée par la présence des protons.

résonance cessera, du moins en partie, l'ion perdra sa symétrie ternaire. Les trois liaisons C — O ne seront plus identiques, l'une d'elles aura un caractère de double liaison prononcée, les deux autres seront proches de liaisons simples. Dans ce cas les vibrations dégénérées cessent de l'être; la vibration dégénérée de valence se décompose en deux vibrations simples représentées sur la figure 8. La fréquence de ν_4'' étant voisine de la fréquence de la double liaison C = O, qui varie de 1650 à 1800 cm^{-1} selon les composés, la cessation de résonance doit être presque complète. Elle doit correspondre à une diminution de la longueur de la liaison $C — O_3$ (voir *fig.* 2 par exemple) possible à mettre en évidence par les rayons X.



Fig. 8.— Vibrations de valence ν_4' (1283 cm^{-1}) et ν_4'' (1720 cm^{-1}).

L'abaissement des fréquences des vibrations ν_2' et ν_3' montre que les coefficients des forces de déformation dans le plan de l'ion ou perpendiculairement à ce plan sont diminués par la présence des liaisons hydrogène.

Remarquons finalement que l'anomalie de polarisation de la raie de Raman totalement symétrique de l'ion CO_3 cesse dans le carbonate acide en même temps que la résonance ce qui prouve que cette anomalie est liée à l'existence d'une résonance entre plusieurs formes mésomères.

Manuscrit reçu le 7 avril 1950.

BIBLIOGRAPHIE.

Dixon A. A. — *Phys. Rev.*, 1939, **56**, 847.
Dhar J. — *Indian. J. Physics*, 1937, **11**, 187.
Duval R., Duval Cl. et Lecomte J. — *Bull. Soc. Chim. France*, 1943, **10**, 517.
Elliott N. — *J. Amer. Chem. Soc.*, 1937, **59**, 1380.
Groth P. — Chemische Krystallographie, Leipzig, 1908.
Michalke H. — *Z. Physik*, 1938, **108**, 748.
Mügge O. — *Z. Krystal.*, 1930, **75**, 32.
Pauling L. — *J. Amer. Chem. Soc.*, 1929, **51**, 1024.
Pauling L. — Nature of the Chemical Bond, Ithaca, 1944.
Zachariasen W. H. — *J. Chem. Physics*, 1933, **1**, 634.

UN COMMUTATEUR AUTOMATIQUE DE SHUNTS

Par M. SURDIN.

Commissariat à l'Énergie Atomique, Laboratoires du Fort de Châtillon, Fontenay-aux-Roses (Seine).

Sommaire. — On décrit un commutateur automatique de shunts et son application à l'enregistrement continu de tensions pouvant varier dans de larges limites.

L'élément essentiel du commutateur est une « échelle binaire de 8 », possédant huit « états » d'équilibre. Un relais est monté dans la plaque de chacune des six lampes formant l'échelle et à chaque shunt on fait correspondre une certaine combinaison de contacts de ces relais. Ainsi, à chaque état de l'échelle correspond un shunt différent. Le passage d'un état à l'autre s'obtient en injectant une impulsion dans l'une des deux entrées de l'échelle. Ces impulsions sont obtenues à l'aide de deux contacteurs, actionnés par l'équipage mobile de l'appareil d'enregistrement, et placés à 5 et 95 pour 100 de l'échelle.

Pour illustrer l'application du commutateur à la spectrographie de masse, on donne un enregistrement des différents isotopes du xénon.

Introduction. — On rencontre fréquemment le problème de l'enregistrement continu de tensions pouvant varier dans de larges limites. Ce problème s'est présenté, en particulier, dans le cas du spectrographe de masse, où l'on devait enregistrer l'abondance des différents isotopes contenus dans un échantillon.

En modifiant progressivement les conditions de focalisation, en agissant par exemple sur le champ magnétique, on amène successivement sur l'électrode collectrice les ions de masses différentes. L'amplificateur branché sur l'électrode collectrice délivre à la sortie un pic de tension, chaque fois que des ions d'un isotope donné sont recueillis par l'électrode. L'amplitude du pic est proportionnelle à l'abondance de l'isotope correspondant. On a couramment des abondances, donc des amplitudes des pics, variant dans un rapport de 1 à 10^4.

En asservissant le déroulement du papier de l'enregistreur au champ magnétique variable, on peut obtenir un déroulement proportionnel à la masse de l'isotope. Si l'on désire enregistrer sur une même bande de papier des pics dont l'amplitude varie dans un rapport de 1 à 10^4, avec un pouvoir de résolution suffisant, il n'est pas possible d'utiliser un amplificateur proportionnel.

Pour résoudre ce problème, plusieurs solutions ont été proposées [1, 2, 3], dont les plus intéressantes sont : l'amplificateur à réponse logarithmique et le commutateur automatique de shunts. Comme l'amplificateur logarithmique n'assure pas une précision suffisante, nous avons adopté la solution du commutateur automatique de shunts.

Principe de l'appareil. — Chaque fois que l'amplitude à enregistrer est telle que la plume arrive au bord du papier, un shunt convenable est mis automatiquement en circuit, de telle sorte que la plume est ramenée dans la région utile du papier. Par exemple, si dans la « montée » la plume arrive à 95 pour 100 de l'amplitude maximum δ_m pouvant être enregistrée sur le papier, un shunt de 1/10e est mis automatiquement en circuit et la plume est ramenée à 9,5 pour 100 de δ_m. A la « descente », quand la plume arrive à 5 pour 100 de δ_m, un shunt convenable est mis en circuit, de façon que la sensibilité de l'appareil soit multipliée par 10 et la plume ramenée vers le milieu de la bande de papier.

De tels systèmes ont déjà été décrits par différents auteurs [2, 3]. En particulier, D. J. Grove et J. A. Hipple [2] ont utilisé un grand nombre de relais pour une gamme utile d'amplitudes variant dans un rapport de 1 à 100.

Nous avons abordé le problème sous un autre angle, en faisant appel à la technique des « bascules » [4], couramment employée dans ce laboratoire. L'élément essentiel du commutateur est constitué par trois « bascules de 2 » montées en cascade, formant ainsi une échelle de 8. Celle-ci possède deux entrées : une « addition », utilisée pour la montée, l'autre « soustraction », utilisée pour la descente. Un relais est monté dans la plaque de chacune des six lampes formant l'échelle de 8 et à chaque shunt on fait correspondre une certaine combinaison de contacts de ces relais.

Supposons que lors d'une « montée » l'état de l'échelle soit n et le shunt utilisé correspondant à cet état soit S_n. Lorsque la plume arrive à 95 pour 100 de la déviation totale, on s'arrange, par la fermeture d'un contact, pour envoyer sur l'entrée « addition »

une impulsion qui fait passer l'échelle de l'état n à l'état $n+1$, ce qui par le jeu des contacts des relais des plaques a pour effet d'amener en circuit le shunt S_{n+1}. A la « descente », lorsque la plume arrive à 5 pour 100 de la déviation totale, un autre contact se ferme et une impulsion est envoyée dans l'entrée « soustraction ». L'échelle passe alors de l'état n à l'état $n-1$, et le shunt S_{n-1} est mis en circuit. Une échelle de 8 permet d'obtenir huit états, donc huit shunts différents.

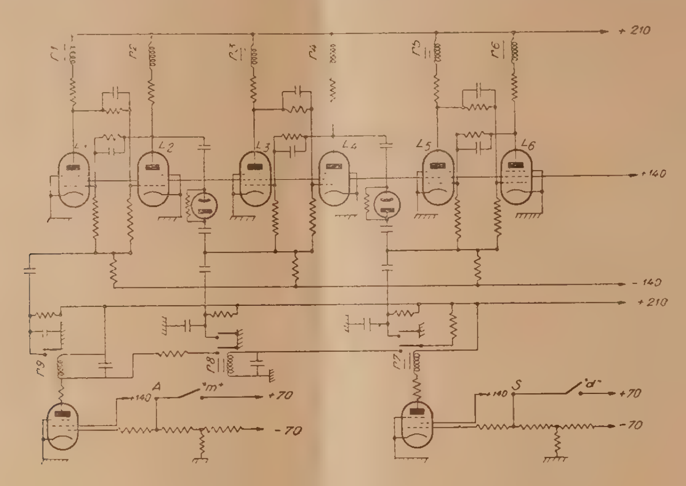


Fig. 1. — Schéma général de commutateur de shunts.

L'enregistrement. — L'appareil a été, tout d'abord, adapté à un enregistreur photographique. L'enregistrement se faisait en impressionnant un papier photographique par le spot fin du galvanomètre, aux bornes duquel était montée la batterie des shunts. Dans ce cas, l'échelle de 8 était déclenchée par des impulsions provenant de deux cellules photoélectriques placées à 5 et 95 pour 100 de l'échelle du galvanomètre. Ces cellules étaient actionnées par un spot auxiliaire, plus large, provenant du miroir du même galvanomètre. Un système de marquage, obtenu par allumage de trois lampes auxiliaires impressionnant le papier, permettait d'identifier le shunt utilisé.

Afin d'éviter les inconvénients du papier photographique, le commutateur est adapté, dans sa forme définitive, à un enregistreur à plume. Avec cet enregistreur particulier les impulsions de déclenchement de l'échelle de 8 sont obtenues à l'aide de deux contacteurs, actionnés par l'équipage mobile, et placés à 5 et 95 pour 100 de l'échelle totale. Dans ce cas on n'a pas trouvé, jusqu'ici, de solution satisfaisante qui permette d'opérer le marquage pour identifier le shunt utilisé.

La commutation de shunts. — Le schéma général de l'échelle de 8 est donné par la figure 1, le détail des contacts des relais des plaques par la figure 2 et la séquence des fermetures de ces contacts par le tableau I.

Comme il a été dit plus haut, le commutateur se compose de trois « bascules de 2 », I, II et III, montées en cascade et formant une échelle de 8. Elles sont constituées respectivement par les lampes L_1

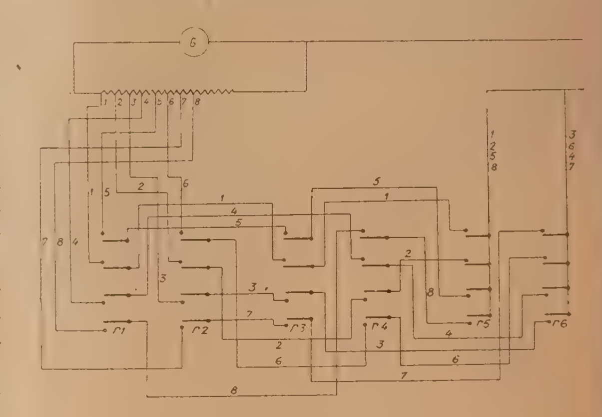


Fig. 2. — Détail des contacts des relais plaques.

et L_2, L_3 et L_4, L_5 et L_6. Chacune de ces lampes a dans son circuit plaque un relais comportant quatre contacts dont les interconnexions, d'une part, et la façon dont ils effectuent les branchements des shunts, d'autre part, sont représentées dans la figure 2. L'entrée « addition » est désignée par A et l'entrée « soustraction » par S.

Chaque fois qu'à la « montée » la plume arrive à 95 pour 100 de l'échelle, le contact m se ferme et

TABLEAU I

N° des bascules	I								II								III							
N° des lampes	L_1				L_2				L_3				L_4				L_5				L_6			
Etat des lampes	F				O				F				O				F				O			
Etat des contacts	O	F	O	F	F	O	F	O	O	F	O	F	F	O	F	O	O	F	O	F	F	O	F	O
Sensibilité coupée par chacun (1)	4	1	8	5	3	2	7	6	3	1	7	5	2	4	6	8	8	1	5	2	3	6	4	7
	O				F				F				O				F				O			
	F	O	F	O	O	F	O	F	O	F	O	F	F	O	F	O	O	F	O	F	F	O	F	O
(2)	4	1	8	5	3	2	7	6	3	1	7	5	2	4	6	8	8	1	5	2	3	6	4	7
	F				O				O				F				F				O			
	O	F	O	F	F	O	F	O	F	O	F	O	O	F	O	F	O	F	O	F	F	O	F	O
(3)	4	1	8	5	3	2	7	6	3	1	7	5	2	4	6	8	8	1	5	2	3	6	4	7
	O				F				O				F				F				O			
	F	O	F	O	O	F	O	F	F	O	F	O	O	F	O	F	O	F	O	F	F	O	F	O
(4)	4	1	8	5	3	2	7	6	3	1	7	5	2	4	6	8	8	1	5	2	3	6	4	7
	F				O				F				O				O				F			
	O	F	O	F	F	O	F	O	O	F	O	F	F	O	F	O	F	O	F	O	O	F	O	F
(5)	4	1	8	5	3	2	7	6	3	1	7	5	2	4	6	8	8	1	5	2	3	6	4	7
	O				F				F				O				O				F			
	F	O	F	O	O	F	O	F	O	F	O	F	F	O	F	O	F	O	F	O	O	F	O	F
(6)	4	1	8	5	3	2	7	6	3	1	7	5	2	4	6	8	8	1	5	2	3	6	4	7
	F				O				O				F				O				F			
	O	F	O	F	F	O	F	O	F	O	F	O	O	F	O	F	F	O	F	O	O	F	O	F
(7)	4	1	8	5	3	2	7	6	3	1	7	5	2	4	6	8	8	1	5	2	3	6	4	7
	O				F				O				F				O				F			
	F	O	F	O	O	F	O	F	F	O	F	O	O	F	O	F	F	O	F	O	O	F	O	F
(8)	4	1	8	5	3	2	7	6	3	1	7	5	2	4	6	8	8	1	5	2	3	6	4	7

Etat des lampes et contacts $r_1, r_2, ..., r_6$ relatifs à la fig. 2.
F = fermé, lampe bloquée — O = ouvert, lampe débloquée

une impulsion est envoyée dans l'entrée A, faisant passer l'échelle de l'état n à l'état $n + 1$, auxquels correspondent les shunts S_n et S_{n+1}. Le tableau I permet de trouver les différents états des lampes et des contacts des relais r_1 à r_6.

D'une façon analogue, lorsque à la « descente » la plume arrive à 5 pour 100 de l'échelle, le contact d se ferme et déclenche trois opérations successives :

1° l'envoi d'une impulsion sur la bascule III par l'intermédiaire du premier contact du relais r_7;

2° la fermeture du second contact du même relais provoquant la fermeture retardée du relais r_8, ce qui a pour effet d'envoyer une impulsion sur la bascule II;

3° la fermeture du second contact du relais r_8 provoquant à son tour la fermeture retardée du relais r_9, ce qui a pour effet d'envoyer une impulsion sur la bascule I.

Ces trois impulsions correspondent respectivement à quatre, deux et une impulsions, soit à un total de sept impulsions envoyées dans l'entrée « addition ». On peut constater d'après le tableau I que l'addition de sept impulsions correspond à la soustraction d'une seule impulsion. On voit, d'ailleurs, que si l'échelle était à l'état n, l'addition de sept impulsions l'aurait ramené à l'état $n - 1$, et le shunt S_n serait remplacé par S_{n-1}.

Supposons, maintenant, que la hauteur du pic à enregistrer soit supérieure à la valeur maximum δ_m correspondant au shunt de la plus petite sensibilité S_8. Lors de la montée, une impulsion serait envoyée dans A, ce qui aurait pour effet de ramener le shunt S_1 qui, rappelons-le, correspond à la plus grande sensibilité. Pour éviter une telle éventualité, qui pourrait avoir pour résultat la destruction de l'appareil de mesure, on utilise un contact supplémentaire des relais des lampes paires pour mettre hors circuit l'entreé A quand l'échelle est à l'état 8. De même, les contacts supplémentaires des relais des lampes impaires sont utilisées pour mettre hors circuit l'entrée S quand l'échelle est l'état 1 (ces contacts ne figurent pas sur le schéma). En outre on dispose d'un contacteur manuel permettant de ramener l'échelle à un état n, correspondant au shunt désiré, au début de chaque enregistrement.

Cet appareil fonctionne d'une façon satisfaisante

depuis plus d'un an. Cependant, l'interprétation des enregistrements n'est pas immédiate et demande une certaine habitude, à cause du défaut déjà signalé du manque d'un moyen d'identification du shunt utilisé. Il convient, en outre, de signaler un autre défaut moins important de l'appareil; la sélection d'amplitudes se fait ici par l'intermédiaire de l'enregistreur, ce qui amène un accroissement du temps de réponse déjà long de l'équipage mobile.

La figure 3 représente un enregistrement des différents isotopes du xénon (1). On constate sur l'enregistrement que l'abondance relative des différents isotopes est à 1 pour 100 près, en accord avec les tables d'isotopes récentes.

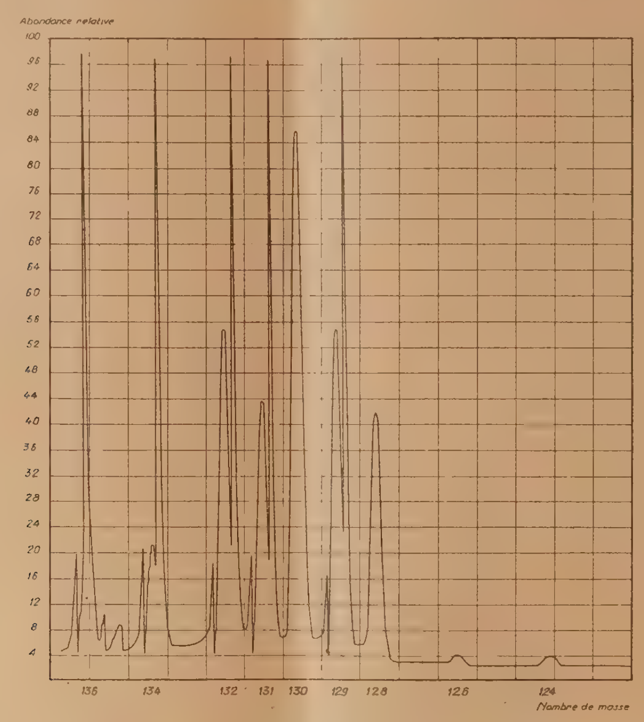


Fig. 3. — Enregistrement des isotopes du xénon.

Si l'on désirait faire des enregistrements rapides, on pourrait remplacer la sélection d'amplitude à l'aide de l'enregistreur par une sélection électronique.

Le commutateur de shunts décrit a été monté et adapté à un enregistreur photographique par M. Favreau, lors d'un stage dans ces Laboratoires. M. Favreau lui a apporté un certain nombre de perfectionnements, notamment le blocage des sensibilités 1 et 8, et le marquage des shunts par lampes auxiliaires. L'adaptation définitive de l'appareil sur un enregistreur à plume a été faite par M. Daillant.

(1) Cet enregistrement a été obtenu par M. Roth du Service de Chimie physique.

Manuscrit reçu le 29 mars 1950.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Washburn H. W., Wiley H. F. et Rock, S. M. — *Ind. Eng. Chem. Anal. Ed.*, 1943, **15**, 541.
[2] Grove D. J. et Hipple J. A. Jr. — *Rev. Sci. Inst.*, 1947, **18**, 837.
[3] Lossing F. P., Shields R. B. et Thode H. G. — *Canad. J. Res.*, 1947, **25**, B. 397.
[4] Berthelot A. — *J. Phys. Rad.*, 1946, **7**, n° 7, 185.

SUR LA PRODUCTION DE MÉSONS NUCLÉAIRES DE SPIN 0 PAR LES PHOTONS

Par Pierrette BENOIST GUEUTAL,
Institut du Radium, Paris,
Jacques PRENTKI,
Institut Henri Poincaré
et Jean RATIER,
Institut du Radium, Paris,

Sommaire. — On étudie la production de mésons π de spin o par des photons de grandes énergies, utilisant la méthode de Feynman, en approximation de Born et sans corrections radiatives, et en tenant compte du recul des nucléons. Dans les deux cas possibles (méson scalaire et pseudo-scalaire) les sections efficaces ne dépendent que d'une seule constante d'interaction. On discute les rapports des nombres de mésons négatifs et de mésons positifs créés à partir des sections efficaces différentielles et totales et l'on se place dans les conditions expérimentales de Berkeley [2]. La comparaison des résultats théoriques avec l'expérience semble indiquer la validité d'une hypothèse pseudo-scalaire.

1. Introduction. — La production de mésons π à partir de photons a été récemment mise en évidence par les expériences effectuées avec le synchrocyclotron de Berkeley [1] et [2]. Le faisceau monocinétique d'électrons de 335 MeV est freiné par une cible de platine avec production de photons correspondant à une distribution spectrale de « Bremsstrahlung » aux grandes énergies. Ces photons irradient un bloc de carbone et un dispositif de plaques permet d'analyser les particules émergentes. Ainsi on a pu montrer de façon significative la création de mésons π, positifs et négatifs dans le processus de collision photon-noyau. Mac Millan, Peterson et White ont observé la distribution angulaire des mésons émis, leur distribution spectrale et le rapport $\frac{\pi^-}{\pi^+}$ du nombre de mésons négatifs au nombre des mésons positifs créés, rapport évalué à $1,7 \pm 0,13$. La section efficace totale par quantum et noyau de carbone est supérieure à 5.10^{-28} cm².

La création simple de mésons dans un choc photon-nucléon, phénomène beaucoup plus important pour ces énergies que la création de mésons par paires, a été envisagée théoriquement par plusieurs auteurs [3]. Cependant dans ces calculs on supposait le nucléon très lourd et l'on négligeait son recul. Les sections efficaces de production de π^- et π^+ étaient alors égales en contradiction avec les expériences de Berkeley [2]. En outre, les formules obtenues, n'étant pas complètement relativistes, étaient valables uniquement pour des énergies des photons juste au-dessus du seuil de la réaction ($\sim$ 150 MeV).

Une interprétation possible de la valeur observée du rapport $\frac{\pi^-}{\pi^+}$ a été donnée par un raisonnement classique [4]. En effet, dans la production de π^-, le proton de recul interagit avec le champ électromagnétique, alors que dans la production de π^+ le nucléon chargé est pratiquement au repos dans le système du laboratoire et son interaction avec le champ électromagnétique est négligeable. A cela, il faudrait ajouter l'effet du champ coulombien des noyaux sur les mésons créés qui peut être important pour les mésons de faibles énergies. Cependant les résultats de Brueckner et Goldberger indiquent que le recul des nucléons joue un rôle prépondérant aux énergies réalisées qui sont de l'ordre du tiers de la masse au repos du nucléon.

Il devient donc important de reprendre le problème de la création de mésons dans les chocs photons-nucléons d'une manière quantique et complètement relativiste [5].

Le processus envisagé étant un processus de collision que nous traiterons en première approximation, la méthode des perturbations de Feynman [6] est particulièrement adaptée à ce problème. D'une part elle se présente sous une forme parfaitement relativiste et d'autre part, grâce à la réinterprétation donnée par Feynman de la théorie des par-

ticules de spin $\frac{1}{2}$, 0 et 1, elle apporte des simplifications notables par rapport à la théorie ordinaire des perturbations dans le calcul des éléments de matrice lorsque interviennent des états intermédiaires.

Les mésons créés dans ce processus étant des mésons π à forte interaction nucléaire, comme on l'observe dans les plaques, nous supposerons que ces particules ont un spin entier [7]. Il est difficile de choisir entre les quatre types différents de mésons π; cependant des travaux récents semblent apporter certains arguments en faveur du spin 0. En effet, si le méson π a le spin 1 les probabilités théoriques de désintégration du méson π en méson μ et neutrino ou en électron et neutrino sont du même ordre [8], en désaccord avec les expériences de Berkeley ([1]) qui montrent que l'effet essentiel, sinon l'unique, est la transition $\pi \to \mu$. Au contraire si le méson π a le spin 0 on peut obtenir (avec certaines hypothèses sur les constantes d'interaction [8]) des vies moyennes beaucoup plus grandes pour la transition $\pi \to e$ que pour la transition $\pi \to \mu$. D'autre part des expériences faites récemment à Berkeley [9] ne sont pas incompatibles avec l'existence d'un méson neutre très instable par rapport à sa décomposition en deux photons prédite par Finkelstein [10]. Or les règles de sélection [11] interdisent ce mode de désintégration pour un méson de spin 1 ; de plus Steinberger [12] a remarqué que la probabilité de désintégration de ce méson en trois photons est beaucoup trop faible; l'hypothèse d'un méson scalaire ou pseudo-scalaire, se désintégrant en deux photons, conduit au contraire à des vies moyennes acceptables.

En outre, par une théorie complètement relativiste des forces nucléaires, Van Hove [13] démontre que pour un champ mésique pseudo-scalaire, et en se limitant au second ordre dans les constantes de couplage nucléon-méson, on obtient une singularité admissible à l'origine pour le potentiel d'interaction entre deux nucléons, ce qui permet d'avoir des solutions stationnaires pour le problème du deutéron. Pour le méson vectoriel et pour tous les mélanges faisant intervenir des mésons de spin 1 la singularité en $\frac{1}{r^3}$ subsiste. Enfin dans le cas des mésons pseudo-scalaires (en toute généralité) et scalaires (si l'on néglige la différence des masses entre le proton et le neutron) et pour certains processus du deuxième ordre en particulier celui que nous étudions — les sections efficaces ne dépendent que d'une seule constante [14] et [15]. Ceci permet de discuter dans une large mesure les résultats sans préciser les valeurs numériques de cette constante. Cette propriété n'existe pas pour le méson de spin 1.

Ces raisons ont conduit Yukawa [16] entre autres, à suggérer qu'une théorie mésique purement pseudo-scalaire pourrait rendre compte de la plupart des phénomènes discutés.

Nous avons choisi pour nos calculs l'hypothèse du méson scalaire et pseudo-scalaire bien que les arguments précédents en faveur du méson de spin 0 ne puissent pas être considérés comme décisifs en raison des graves difficultés qui subsistent dans l'interprétation de certains faits expérimentaux (en particulier diffusion nucléon-nucléon aux grandes énergies [17].)

Dans ce travail nous avons envisagé la création de mésons π au deuxième ordre, sans corrections radiatives, à l'approximation de Born. Le nucléon, dont l'équation d'onde est celle de Dirac, est supposé libre dans le noyau. Cette hypothèse n'est justifiée que lorsque le recul du nucléon est grand, ce qui n'est pas toujours le cas, même pour des photons très énergiques, comme le montrent les lois de conservation de l'énergie et de l'impulsion. L'erreur qu'elle entraîne est importante pour la comparaison avec les expériences réalisées jusqu'à maintenant mais cette erreur est difficile à évaluer puisqu'on ne connaît pas les fonctions d'onde exacte des nucléons dans les noyaux. Cependant, étant donné l'arbitraire de toute tentative approchée de tenir compte de l'effet de liaison des nucléons et la complication des calculs qu'il en résulterait, nous conserverons cette hypothèse.

De même nous négligeons l'action du champ coulombien sur le méson émis. L'erreur induite par cette approximation est plus faible que celle liée à l'hypothèse précédente. En effet, la présence du champ coulombien est importante pour des mésons très peu énergiques [18] qui sont difficilement observés dans les plaques du dispositif [2].

Dans cet article, après avoir rappelé au paragraphe 2 quelques généralités sur les méthodes employées, nous calculerons (§ 3) les éléments de matrice par la méthode de Feynman; cette méthode, comme l'a montré Dyson [19], pouvant être interprétée comme un ensemble de règles de calcul des éléments de la matrice S de Heisenberg, nous utiliserons la formule de Möller [20] pour évaluer (§ 4) les sections efficaces différentielles pour la production de mésons scalaires et pseudo-scalaires. Au paragraphe 5 nous donnerons les sections efficaces totales pour un faisceau monocinétique de photons. Enfin (§ 6) nous étudierons la distribution spectrale des mésons émis et les rapports $\frac{\pi^-}{\pi^+}$ en nous plaçant dans les conditions expérimentales de Berkeley.

2. Généralités. — *Notations.* — Le tenseur

([1]) Jusqu'à présent, à notre connaissance, on n'a jamais observé dans les plaques de désintégration $\pi \to e$.

métrique $\delta_{\mu\nu}$ est défini par

$$\delta_{00} = 1, \qquad \delta_{11} = \delta_{22} = \delta_{33} = -1;$$

$$a_\nu b_\nu = a_0 b_0 - \sum_{i=1}^{3} a_i b_i = (ab).$$

Les coordonnées d'un point d'espace-temps x_ν sont $x_0 = ct$, x_i;

$\frac{\partial}{\partial x_\nu}$ a pour composantes :

$$\frac{\partial}{c\,\partial t}, -\frac{\partial}{\partial x_i}.$$

Nous avons posé

$$\gamma_i = \beta\alpha_i, \qquad \gamma_0 = \beta, \qquad \gamma_5 = \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_0;$$

donc

$$\gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = 2\,\delta_{\mu\nu}.$$

A un quadrivecteur a_ν est associée la matrice

$$\tilde{a} = a_\nu\gamma_\nu.$$

Les équations de mouvement des opérateurs des champs isolés sont

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Champ mésique :} & (\Box^2 - \mu^2)\mathbf{U} = 0 \\ \text{Champ de nucléons :} & \left(i\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} - \varkappa\right)\varphi = 0 \\ & (\bar{\varphi} = \varphi^*\beta) \\ \text{Champ électromagnétique :} & \Box^2 A_\mu = 0 \end{array}\right\} \quad (1)$$

où μ et $\varkappa$ sont les masses des mésons π et des nucléons respectivement (²) (nous supposons $\varkappa_P = \varkappa_N = \varkappa$).

Dans le cadre de la théorie symétrique de Kemmer nous introduisons, pour traiter simultanément les mésons chargés et neutres, des vecteurs dans l'espace S des spins isotopiques représentés par des caractères gras.

$\boldsymbol{\tau}$ est le vecteur de spin isotopique :

$$\tau_3\varphi = -\varphi \qquad \text{et} \qquad \tau_3\varphi = -\varphi$$

pour les états neutrons et protons respectivement.

Les composantes dans l'espace S du quadripotentiel électromagnétique $\mathbf{A}_\mu$ sont

$$A_\mu^{(1)} = A_\mu^{(2)} = 0, \qquad A_\mu^{(3)} = A_\mu,$$

e_μ est le vecteur unité de polarisation du champ électromagnétique.

Lagrangien. — Nous utiliserons ici le lagrangien donné par Möller et Rosenfeld [21] qui est égal à $\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{\text{int.}}$ où $\mathcal{L}_0$ est le lagrangien des champs et des particules isolées :

$$\mathcal{L}_{\text{int.}} = \mathcal{L}_{nm} + \mathcal{L}_{n\gamma} + \mathcal{L}_{m\gamma} + \mathcal{L}_{nm\gamma}; \qquad (2)$$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{A. } \mathcal{L}_{nm} & = \mathbf{R}.\mathbf{U} + \mathbf{P}_\mu \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_\mu}; \\ \text{B. } \mathcal{L}_{n\gamma} & = e\,\mathbf{A}_\mu \bar{\varphi}\gamma_\mu \frac{1-\tau_3}{2}\varphi; \\ \text{C. } \mathcal{L}_{m\gamma} & = \frac{e}{2\hbar c}\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_\mu}(\mathbf{A}_\mu \wedge \mathbf{U}) \\ & \quad + \frac{e}{2\hbar c}(\mathbf{A}_\mu \wedge \mathbf{U})\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_\mu} + \frac{e^2}{2\hbar^2 c^2}(\mathbf{A}_\mu \wedge \mathbf{U})^2; \\ \text{D. } \mathcal{L}_{mn\gamma} & = \frac{e}{\hbar c}\mathbf{P}_\mu(\mathbf{A}_\mu \wedge \mathbf{U}). \end{array}\right\} \quad (3)$$

(Les symboles tels que **R**.**U** par exemple représentent des produits scalaires dans l'espace S; $\wedge$ est le symbole du produit vectoriel dans cet espace). Nous négligerons dans (3 C) le terme en e^2.

Les sources du champ mésique sont :

pour le méson pseudo-scalaire :

$$\mathbf{R} = -f_1\bar{\varphi}\gamma_5\boldsymbol{\tau}\varphi. \qquad \mathbf{P}_\mu = i\frac{f_2}{\mu}\bar{\varphi}\gamma_5\gamma_\mu\boldsymbol{\tau}\varphi; \qquad (4a)$$

pour le méson scalaire :

$$\mathbf{R} = -g_1\bar{\varphi}\boldsymbol{\tau}\varphi, \qquad \mathbf{P}_\mu = i\frac{g_2}{\mu}\bar{\varphi}\gamma_\mu\boldsymbol{\tau}\varphi; \qquad (4b)$$

f_1, f_2 et g_1, g_2 sont les constantes d'interaction des nucléons avec les champs pseudo-scalaires et scalaires respectivement; elles ont la dimension d'une charge.

Construction des diagrammes. — A chaque terme de (3) on peut faire correspondre un diagramme élémentaire où trois lignes au moins représentant chacune un état d'une particule se rencontrent en un point A, B, C ou D qui symbolise l'interaction des particules avec création, anihilation ou changement d'état. (La réinterprétation que Feynman a donnée de la théorie des particules de spin $\frac{1}{2}$, 0 et 1 assimile une création de paire à un mode de changement d'état).

En A se rencontrent deux lignes de nucléons et une ligne de méson, qui décrivent un changement d'état du nucléon avec émission ou absorption d'un méson;

en B deux lignes de protons et une ligne de photon : changement d'état d'un proton avec émission ou absorption d'un photon;

en C deux lignes de mésons chargés et une ligne de photon : changement d'état d'un méson avec émission ou absorption d'un photon;

en D deux lignes de nucléons, une ligne de photon et une ligne de méson chargé; changement d'état d'un nucléon avec émission ou absorption d'un méson chargé et d'un photon.

(²) Les masses, les impulsions et les énergies sont exprimées ici en cm^{-1}.

Pour le problème étudié où l'on a dans l'état initial un nucléon et un photon et dans l'état final un nucléon et un méson la construction des diagrammes qui décrivent symboliquement le processus en première approximation est immédiate. La conservation de la charge en chaque sommet des diagrammes conduit à envisager les trois ensembles de diagramme ssuivants :

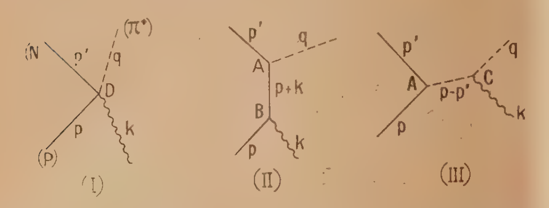


Fig. 1. — Les lignes ——, — — — et ~~~ correspondent respectivement à un nucléon, un méson et un photon.

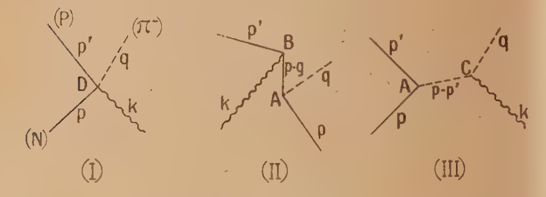


Fig. 2. — Les lignes ——, — — — et ~~~ correspondent respectivement à un nucléon, un méson et un photon.

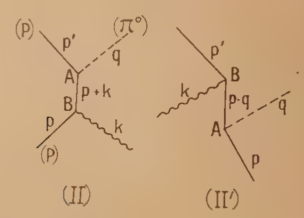


Fig. 3. — Les lignes ——, — — — et ~~~ correspondent respectivement à un nucléon, un méson et un photon.

Les états des particules dans l'espace des moments sont représentés sur les diagrammes par les quadrivecteurs énergie-impulsion correspondants :

$$p = (p_0, \vec{p}) \quad \text{et} \quad p' = (p'_0, \vec{p}')$$

pour le nucléon initial et le nucléon final respectivement;

$$k = (k_0, \vec{k})$$

pour le photon incident;

$$q = (q_0, \vec{q})$$

pour le méson créé avec les relations

$$\left.\begin{aligned} p^2 - \varkappa^2 = 0, \quad & p'^2 - \varkappa^2 = 0\,; \\ k^2 = 0, \quad & q^2 - \mu^2 = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

et l'on a

$$p + k = p' + q. \qquad (6)$$

De même en chaque sommet des diagrammes, comme pour le processus global, il y a conservation du quadrivecteur énergie-impulsion. Cela permet d'exprimer les vecteurs d'onde des particules intermédiaires en fonction de ceux des particules réelles comme nous l'avons indiqué sur les figures. Il faut cependant remarquer que, lorsque la particule est dans un état observable, la composante de temps du quadrivecteur est égale à l'énergie, comme l'expriment les relations (5), ce qui n'est pas le cas pour une particule dans un état intermédiaire (les composantes d'espace représentent toujours le moment de la particule).

Ecriture des éléments de matrice. — Comme l'ont démontré Feynman [6] et Dyson [19] il existe entre un diagramme et l'élément de matrice correspondant une relation biunivoque. Aux demi-droites correspondent les fonctions d'onde des états initiaux et finaux des particules. Dans l'espace des moments le nucléon peut être décrit par le spineur de Dirac $u(p)$ ou son adjoint $\bar{u}(p)$, qui en l'absence d'interaction satisfont aux équations

$$(\tilde{p} - \varkappa)\, u(p) = 0, \qquad \bar{u}(p)\,(\tilde{p} - \varkappa) = 0. \qquad (7)$$

Nous avons choisi ici la normalisation

$$\bar{u}(p)\, u(p) = 1. \qquad \left[\text{On a } u^{\star}(p)\, u(p) = \frac{p_0}{\varkappa}\, \bar{u}(p)\, u(p)\right].$$

A un segment de droite correspond le facteur de propagation de la particule qui est l'opérateur inverse de l'opérateur de son équation de mouvement sans interaction (1). Dans l'espace des moments le facteur de propagation d'un nucléon dont le vecteur d'onde est p est

$$(\tilde{p} - \varkappa)^{-1} = \frac{\tilde{p} + \varkappa}{p^2 - \varkappa^2}$$

et celui d'un méson $\dfrac{\hbar c}{q^2 - \mu^2}$.

Enfin à chaque sommet des diagrammes correspond, dans l'élément de matrice, un opérateur d'intéraction déduit du terme correspondant du lagrangien (3).

3. **Calcul des éléments de matrice.** — Nous traiterons parallèlement les mésons chargés et neutres en théorie pseudo-scalaire et scalaire.

A titre d'exemple les calculs concernent le méson

pseudo-scalaire positif sont plus explicités. Les éléments de matrice correspondant à chacun des diagrammes de la figure sont

$$\left.\begin{aligned} M_{\rm I} &= K\frac{f_2}{\mu}\bar{u}(p')\gamma_5\tilde{e}\,u(p),\\ M_{\rm II} &= -K\bar{u}(p')\gamma_5\left(f_1+\frac{f_2}{\mu}\tilde{q}\right)(\tilde{p}+\tilde{k}-\varkappa)^{-1}\tilde{e}\,u(p),\\ M_{\rm III} &= -K\frac{e_\nu(p_\nu-p'_\nu+q_\nu)}{(p-p')^2-\mu^2}\bar{u}(p')\gamma_5\\ &\quad\times\left\{f_1+\frac{f_2}{\mu}(\tilde{p}-\tilde{p}')\right\}u(p); \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

où l'on a posé

$$K=\frac{-ie}{(2\pi)^2\hbar c}\,\frac{\varkappa}{\sqrt{2p_0p'_0}}\,\frac{1}{\sqrt{q_0k_0}}. \quad (9)$$

En utilisant les relations (5), l'équation de conservation de l'énergie (6) et les équations du mouvement (7) on peut transformer l'élément de matrice $M_{\rm II}$ qui s'écrit alors

$$M_{\rm II}=K\frac{f_3}{2(pk)}\bar{u}(p')\tilde{q}\gamma_5\tilde{e}\,u(p)-M_{\rm I} \quad (10)$$

et l'élément de matrice $M_{\rm III}$ qui devient

$$M_{\rm III}=Kf_3\frac{e_\nu(2q_\nu-k_\nu)}{2(qk)}\bar{u}(p')\gamma_5\,u(p), \quad (11)$$

où

$$f_3=f_1+\frac{2\varkappa}{\mu}f_2. \quad (12)$$

L'élément de matrice $M_{\rm III}$ dans (11) peut encore être simplifié en utilisant la relation $e_\nu\,k_\nu=0$ équivalente à l'équation $\frac{\partial A_\nu}{\partial x_\nu}=0$ qui dans le formalisme de Feynman est automatiquement satisfaite et ne constitue pas une condition supplémentaire. Cette simplification n'apporte donc pas de modifications dans les résultats.

L'élément de matrice total pour la création d'un méson positif pseudo-scalaire,

$$\mathfrak{M}^+_{\text{p.-sc.}}=M_{\rm I}+M_{\rm II}+M_{\rm III}$$

est

$$\mathfrak{M}^+_{\text{p.-sc.}}=Kf_3\,u(p')\gamma_5\left\{\frac{(eq)}{(qk)}-\frac{\tilde{q}\tilde{e}}{2(pk)}\right\}u(p). \quad (13a)$$

De façon analogue on obtient pour le méson négatif pseudo-scalaire l'élément de matrice total :

$$\begin{aligned}\mathfrak{M}^-_{\text{p.-sc.}}&=-Kf_3\,u(p')\gamma_5\left\{\frac{(eq)}{(qk)}+\frac{\tilde{e}\tilde{q}}{2(p'k)}\right\}u(p)\\ &=-\frac{(pk)}{(p'k)}\mathfrak{M}^+_{\text{p.-sc.}} \end{aligned}\quad (13b)$$

et pour le méson neutre pseudo-scalaire, en théorie symétrique de Kemmer :

$$\begin{aligned}\mathfrak{M}^0_{\text{p.-sc.}}&=-\frac{K}{\sqrt{2}}f_3\,\bar{u}(p')\gamma_5\left\{\frac{\tilde{q}\tilde{e}}{2(pk)}+\frac{\tilde{e}\tilde{q}}{2(p'k)}\right\}u(p)\\ &=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(1-\frac{(pk)}{(p'k)}\right)\mathfrak{M}^+_{\text{p.-sc.}}. \end{aligned}\quad (13c)$$

Les relations entre $\mathfrak{M}^-$ et $\mathfrak{M}^+$, et $\mathfrak{M}^0$ et $\mathfrak{M}^+$ sont obtenues aisément en utilisant (5), (6) et (7).

Nous retrouvons ici, pour le processus étudié, un résultat de la théorie mésique des forces nucléaires au second ordre près : dans le cas du méson pseudo-scalaire, le couplage pseudo-vectoriel est équivalent à un couplage pseudo-scalaire avec la constante d'interaction $\frac{2\varkappa}{\mu}f_2$ (*cf.* par exemple [15]). Le résultat global s'exprime donc au moyen de la constante unique f_3 (12).

De même, on obtient, à partir des diagrammes, les éléments de matrice pour la création de mésons scalaires qui s'écrivent, si l'on néglige la différence de masse des nucléons :

$$\mathfrak{M}^+_{\text{sc.}}=Kg_1\,u(p')\left\{\frac{(eq)}{(qk)}-\frac{(2\varkappa+\tilde{q})\tilde{e}}{2(pk)}\right\}u(p), \quad (14a)$$

$$\mathfrak{M}^-_{\text{sc.}}=-\frac{(pk)}{(p'k)}\mathfrak{M}^+_{\text{sc.}}, \quad (14b)$$

$$\mathfrak{M}^0_{\text{sc.}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(1-\frac{(pk)}{(p'k)}\right)\mathfrak{M}^+_{\text{sc.}}. \quad (14c)$$

Dans ce cas (où on a utilisé $\varkappa_P=\varkappa_N$), la contribution du couplage vectoriel au processus total est nulle et le résultat dépend uniquement de la constante g_1 du couplage scalaire. On remarque d'après (13) et (14) que les rapports $\frac{\mathfrak{M}^-}{\mathfrak{M}^+}$ et $\frac{\mathfrak{M}^0}{\mathfrak{M}^+}$, respectivement, sont égaux en théorie pseudo-scalaire et scalaire. Nous discuterons ce résultat, que l'on retrouve sur les sections efficaces différentielles, au paragraphe suivant.

4. Calcul des sections efficaces différentielles. — Pour évaluer les sections efficaces différentielles on doit calculer les carrés des éléments de matrice (13) et (14), puis en prendre la moyenne sur les deux états de polarisation transversale du photon incident. Tous les éléments de matrice (13) et (14) obtenus peuvent s'écrire sous la forme $e_\nu\,\mathfrak{M}_\nu$ et vérifient la relation $k_\nu\mathfrak{M}_\nu=0$ qui traduit le fait que la contribution des photons non transversaux à ce phénomène est nulle. Comme l'a montré Feynman [6] ce résultat a une conséquence d'importance pratique car il permet de faire la moyenne sur les polarisations d'une manière invariante relativiste, en calculant $-\frac{1}{2}\,\mathfrak{M}_\nu\,\mathfrak{M}_\nu$.

En outre nous devons prendre la moyenne de ce résultat sur les deux états de spin du nucléon initial

et sommer sur le spin du nucléon final. On obtient alors

$$|\mathfrak{M}|^2 = \frac{1}{2}\,\mathrm{Tr}\big[\Lambda(p)\mathfrak{M}_\nu \Lambda(p')\overline{\mathfrak{M}}_\nu\big]. \qquad (15)$$

où $\Lambda(p) = \frac{\tilde{p} + \varkappa}{2\varkappa}$ est l'opérateur de projection introduit par Feynman et $\overline{\mathfrak{M}}_\nu = \gamma_0 \mathfrak{M}_\nu^* \gamma_0$ ($\mathfrak{M}_\nu^*$ est l'opérateur conjugué hermitique de $\mathfrak{M}_\nu$).

En substituant (13 *a*) et (14 *a*) dans (15) on obtient

$$|\mathfrak{M}^+_{\text{p.-sc.}}|^2 = \frac{|K|^2}{4\varkappa^2} f_3^2 \left\{ - \frac{\mu^2[(pp') - \varkappa^2](p'k)}{(qk)^2(pk)} + \frac{2(pk)(p'k) + \mu^2\varkappa^2}{2(pk)^2} \right\}, \qquad (16a)$$

$$|\mathfrak{M}^+_{\text{sc.}}|^2 = \frac{|K|^2}{4\varkappa^2} g_1^2 \left\{ - \frac{(\mu^2 - 4\varkappa^2)[(pp') - \varkappa^2](p'k)}{(qk)^2(pk)} + \frac{2(pk)(p'k) + \mu^2\varkappa^2 - 4\varkappa^4}{2(pk)^2} \right\}. \qquad (16b)$$

La formule de Möller ([20], p. 23, (91)) permet, à partir des formules (16), de calculer les sections efficaces différentielles dans un système de référence quelconque. Cependant, pour discuter les expériences, il convient de donner les résultats dans le système du laboratoire où le nucléon initial est au repos $(\vec{p} = 0,\ p_0 = \varkappa)$. Dans ce cas particulier, les sections efficaces différentielles, par nucléon, de création par un photon d'énergie k_0 d'un méson dont l'énergie est comprise entre q_0 et $q_0 + \mathrm{d}q_0$ sont données, à partir de la formule de Möller, par

$$\sigma(k_0, q_0)\,\mathrm{d}q_0 = (2\pi)^3\,|\mathfrak{M}|^2 \frac{p'_0 q_0}{k_0}\,\mathrm{d}q_0. \qquad (17)$$

On obtient alors en tenant compte de (17), (16), et (9) :

$$\sigma^+_{\text{p.-sc.}}(k_0, q_0)\,\mathrm{d}q_0 = C\frac{f_3^2}{k_0^2}\left\{ \frac{2\mu^2(k_0 - q_0)(\mu^2 - 2\varkappa q_0)}{k_0[\mu^2 + 2\varkappa(k_0 - q_0)]^2} + \frac{k_0(2\varkappa q_0 - \mu^2) + \mu^2\varkappa}{2\varkappa k_0^2} \right\}\mathrm{d}q_0, \qquad (18a)$$

$$\sigma_{\text{sc.}}(k_0, q_0)\,\mathrm{d}q_0 = \left\{ \left(1 - \frac{4\varkappa^2}{\mu^2}\right)\left(\frac{g_1}{f_3}\right)^2 \sigma^+_{\text{p.-sc.}}(k_0, q_0) + \frac{2\varkappa}{\mu^2} C g_1^2 \frac{2\varkappa q_0 - \mu^2}{k_0^3} \right\}\mathrm{d}q_0. \qquad (18b)$$

avec

$$C = \frac{1}{16\pi\varkappa}\left(\frac{e}{hc}\right). \qquad (19)$$

Les formules (13), (14), (17) et (18) permettent d'écrire directement les sections efficaces différentielles de production de mésons négatifs et neutres

$$\sigma^-_{\text{p.-sc.}}(k_0, q_0) = \alpha^2(k_0, q_0)\,\sigma^+_{\text{p.-sc.}}(k_0, q_0), \qquad (20a)$$

$$\sigma^-_{\text{sc.}}(k_0, q_0) = \alpha^2(k_0, q_0)\,\sigma^+_{\text{sc.}}(k_0, q_0), \qquad (20b)$$

$$\left.\begin{aligned} \sigma^0_{\text{p.-sc.}}(k_0, q_0) &= \frac{(\alpha - 1)^2}{2}\,\sigma^+_{\text{p.-sc.}}(k_0, q_0), \\ \sigma^0_{\text{sc.}}(k_0, q_0) &= \frac{(\alpha - 1)^2}{2}\,\sigma^+_{\text{sc.}}(k_0, q_0); \end{aligned}\right\} \qquad (20c)$$

où

$$\alpha = \frac{2\varkappa k_0}{2\varkappa q_0 - \mu^2}. \qquad (21)$$

$\alpha^2(k_0, q_0)$ représente le rapport du nombre des mésons négatifs créés avec une énergie q_0 au nombre des mésons positifs créés avec la même énergie par un photon d'énergie k_0.

En utilisant les lois de conservation de l'énergie et de l'impulsion dans le système du laboratoire :

$$\left.\begin{aligned} \varkappa + k_0 &= q_0 + p'_0, \\ \vec{k} &= \vec{q} + \vec{p}', \end{aligned}\right\} \qquad (22)$$

on peut exprimer k_0 en fonction de q_0 et de l'angle de diffusion $\theta \left(\vec{k}\vec{q} = |\vec{k}|\,|\vec{q}|\cos\theta\right)$.

On obtient alors

$$\alpha^2(\theta, q_0) = \frac{\varkappa^2}{\left(\varkappa - q_0 + \cos\theta\sqrt{q_0^2 - \mu^2}\right)^2} \qquad (23)$$

qui est la formule trouvée par un raisonnement classique [4] et qui permet de comparer les rapports $\frac{\sigma^-}{\sigma^+}$ aux résultats expérimentaux pour des mésons émis avec une énergie q_0 dans une direction donnée, sans qu'il soit nécessaire de tenir compte de la distribution en énergie des photons incidents.

Pour une valeur donnée de q_0, $\alpha^2(\theta, q_0)$ augmente quand θ croît de 0 à π, c'est-à-dire quand le recul du nucléon final, responsable de la dissymétrie, augmente. Brueckner et Goldberger ont montré que $\alpha^2\left(\theta = \frac{\pi}{2}, q_0\right)$ varie de 1,55 pour $q_0 = 190$ MeV à 1,83 pour $q_0 = 250$ MeV. Ceci est en bon accord avec le rapport moyen de 1,7 du nombre des mésons négatifs au nombre des mésons positifs créés dans les expériences de Berkeley [2].

Lorsqu'on passe à la limite où le nucléon est infiniment lourd $\alpha(k_0, q_0)$ tend vers 1. La section efficace différentielle de production de mésons neutres est alors nulle. Quand on tient compte du recul du nucléon final le rapport $\frac{\sigma^0(k_0, q_0)}{\sigma^-(k_0, q_0) + \sigma^+(k_0, q_0)}$ est, pour $\alpha^2 = 1,7$ voisin de 0,05. Cette valeur indique, que dans les conditions de Berkeley, le nombre des mésons neutres serait de l'ordre d

quelques pour-cent de celui des mésons chargés ([3]).

On peut aussi exprimer les sections efficaces (18) et (20) en fonction de l'angle θ et étudier ainsi la distribution angulaire des particules créées; les expressions obtenues ont une forme plutôt compliquée et permettent quand on passe à la limite $\varkappa \to \infty$ de retrouver les distributions angulaires données par Foldy [3].

5. Calcul des sections efficaces totales pour un k_0 donné. — A partir des relations (22) on peut montrer que l'énergie q_0 des mésons créés par des photons incidents d'énergie k_0 est comprise entre deux valeurs extrêmes.

$$q_{0\,\text{max-min}} = \frac{(\varkappa + k_0)\left(\varkappa k_0 + \frac{\mu^2}{2}\right) \pm \varkappa k_0 R}{\varkappa^2 + 2\varkappa k_0}, \qquad (24)$$

où l'on a posé

$$R = \sqrt{(k_0 + k_0')(k_0 - k_0'')}, \qquad k_0' = \mu\left(1 - \frac{\mu}{2\varkappa}\right)$$

et où

$$k_0'' = \mu\left(1 + \frac{\mu}{2\varkappa}\right)$$

est le seuil de la réaction; en utilisant pour la masse du méson la valeur de Berkeley [22], $m_\pi = 286\ m_0$ (m_0 étant la masse au repos de l'électron) on trouve $k_0'' = 157$ MeV.

La section efficace totale, par nucléon, de création de mésons à partir d'un photon d'énergie k_0 est donnée par

$$\Sigma(k_0) = \int_{q_{0\,\text{min}}}^{q_{0\,\text{max}}} \sigma(k_0, q_0)\, dq_0. \qquad (25)$$

Utilisant les formules (25), (18), (20) et (24) on trouve

$$\Sigma^{+}_{\text{p.-sc.}}(k_0) = C f_3^2 \left\{ \frac{\mu^2(2\varkappa k_0 + \mu^2)}{2\varkappa^2 k_0^3} \operatorname{Ln} \frac{2\varkappa k_0 + \mu^2 - 2\varkappa R}{2\varkappa k_0 + \mu^2 + 2\varkappa R} + \frac{2\mu^2 R}{\varkappa k_0^3} + \frac{2\varkappa(k_0 + \varkappa) - \mu^2}{k_0 \varkappa(\varkappa + 2k_0)^2} R \right\}, \qquad (26a)$$

$$\Sigma^{-}_{\text{p.-sc.}}(k_0) = C f_3^2 \left\{ \frac{\mu^2(2\varkappa k_0 - \mu^2)}{2\varkappa^2 k_0^3} \operatorname{Ln} \frac{2\varkappa k_0 - \mu^2 - 2\varkappa R}{2\varkappa k_0 - \mu^2 + 2\varkappa R} + \frac{2\mu^2 R}{\varkappa k_0^3} + \frac{1}{k_0} \operatorname{Ln} \frac{2\varkappa k_0 - \mu^2 + 2\varkappa^2 + 2\varkappa R}{2\varkappa k_0 - \mu^2 + 2\varkappa^2 - 2\varkappa R} \right\}, \qquad (27a)$$

$$\Sigma^{+}_{\text{sc.}}(k_0) = \left(\frac{g_1}{f_3}\right)^2 \left(1 - \frac{4\varkappa^2}{\mu^2}\right) \Sigma^{+}_{\text{p.-sc.}}(k_0) + C g_1^2 \frac{[2\varkappa(k_0 + \varkappa) - \mu^2]}{k_0 \varkappa(\varkappa + 2k_0)^2} \frac{4\varkappa^2}{\mu^2} R, \qquad (26b)$$

$$\Sigma^{-}_{\text{sc.}}(k_0) = \left(\frac{g_1}{f_3}\right)^2 \left(1 - \frac{4\varkappa^2}{\mu^2}\right) \Sigma^{-}_{\text{p.-sc.}}(k_0) + C g_1^2 \frac{1}{k_0} \frac{4\varkappa^2}{\mu^2} \operatorname{Ln} \frac{2\varkappa k_0 - \mu^2 + 2\varkappa^2 + 2\varkappa R}{2\varkappa k_0 - \mu^2 + 2\varkappa^2 - 2\varkappa R}. \qquad (27b)$$

Si dans les formules précédentes on fait $\varkappa \to \infty$ le rapport $\frac{\Sigma^-}{\Sigma^+}$ tend vers 1 et les limites des expressions (26) et (27) respectivement sont les résultats que Foldy [3] obtient en négligeant, par hypothèse, le recul des nucléons.

A partir des formules (26) et (27) on peut construire, sans préciser les constantes de couplage, les courbes correspondant aux sections efficaces totales données par les figures 4 et 5.

On remarque que la probabilité de création augmente plus vite dans le cas du méson scalaire que dans le cas du pseudo-scalaire pour des énergies non loin du seuil. Ces courbes présentent un maximum aux environs de 300 MeV; pour de très grandes énergies, les sections efficaces décroissent lentement, approximativement en $\frac{1}{k_0}$. Si l'on veut obtenir des valeurs numériques pour les sections efficaces totales,

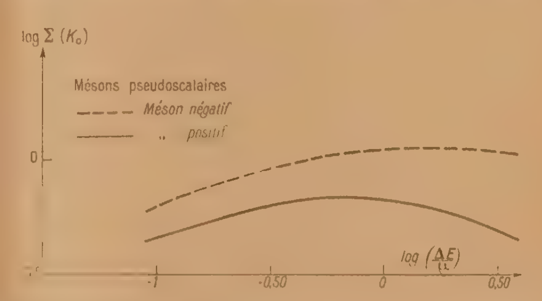


Fig. 4. — Sections efficaces totales $\Sigma(k_0)$ en fonction de l'énergie au-dessus du seuil $\Delta k_0 = k_0 - k_0''$ $\left[C.\ \frac{f_3^2}{\varkappa} = 1\right]$.

il faut faire des hypothèses sur les constantes d'interaction. On peut, en particulier, utilisant un résultat de la théorie des forces nucléaires, prendre

$$\frac{f_3^2}{4\pi\hbar c} \sim \frac{g_1^2}{4\pi\hbar c} \sim \frac{1}{10} \quad [21].$$

On obtient alors pour une énergie de 292 MeV, par exemple

$$\Sigma_{\text{p.-sc.}} \simeq 1{,}81 \cdot 10^{-28}\ \text{cm}^2, \qquad \Sigma_{\text{sc.}} \simeq 3{,}49 \cdot 10^{-29}\ \text{cm}^2.$$

Note sur épreuves. — ([3]) Cependant, de nouvelles expériences effectuées à Berkeley (Steinberger J., Panofsky W. K. H., Steller J., *Phys. Rev.*, 78, 1950, 802) indiquent que les mésons neutres et les mésons chargés sont créés à partir des photons avec des sections efficaces du même ordre de grandeur. Dans une note à l'éditeur parue récemment, Brueckner K. A. et Watson K. M. (*Phys. Rev.*, 79, 1950, 187) ont comparé ces résultats expérimentaux à leurs résultats théoriques déduits d'un calcul en première approximation qui, semblable au nôtre, donne des sections efficaces de production de π^0 beaucoup trop faibles. Ayant évalué les corrections radiatives qui, dans le cas du méson neutre, modifient plus sensiblement les résultats que dans le cas du méson chargé, Brueckner et Watson ont obtenu un accord qualitatif entre la théorie et l'expérience. Ainsi une théorie mésique pseudo-scalaire n'est pas nécessairement incompatible avec les résultats des expériences de production du méson neutre.

Pour les sections totales Σ_0 des mésons neutres, on peut trouver des formules analogues à (26) et évaluer le rapport $\frac{\Sigma^0}{\Sigma^- + \Sigma^+}$; à titre d'indication nous donnerons deux valeurs de ce rapport : 0,02 (0,017) pour $k_0 = 292$ MeV et 0,04 (0,026) pour

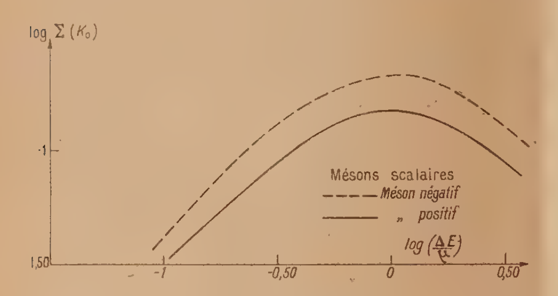


Fig. 5. — Sections efficaces totales $\Sigma(k_0)$ en fonction de l'énergie au-dessus du seuil $\Delta k_0 = k_0 - k''_0 \left[\text{C.} \frac{g_1^2}{\varkappa} \frac{4\varkappa^2}{\mu^2} = 1 \right]$.

$k_0 = 584$ MeV, dans le cas du méson pseudo-scalaire (scalaire). Ce rapport, augmentant avec k_0, reste cependant faible. On a, bien entendu, $\Sigma^0 \to 0$ pour $\varkappa \to \infty$ [4].

Nous donnons maintenant, dans le tableau suivant, les rapports $\frac{\Sigma^-}{\Sigma^+}$ pour certaines valeurs de l'énergie k_0 du photon :

Tableau I.

k_0 (MeV)....	170,2.	204,4.	248,2.	292.	438.	584.
$\left(\frac{\Sigma^-}{\Sigma^+}\right)_{\text{p.-sc.}}$ ...	1,37	1,44	1,58	1,64	1,90	2,14
$\left(\frac{\Sigma^-}{\Sigma^+}\right)_{\text{sc.}}$	1,34	1,35	1,38	1,385	1,42	1,44

Pour chaque valeur de k_0 on a

$$\left(\frac{\Sigma^-}{\Sigma^+}\right)_{\text{p.-sc.}} > \left(\frac{\Sigma^-}{\Sigma^+}\right)_{\text{sc.}}.$$

Les valeurs numériques de ce rapport dans le cas du méson pseudo-scalaire sont plus proches, dans l'intervalle d'énergie 150-335 MeV, de la grandeur observée : 1,7 [2].

Cette comparaison, faite indépendamment de la connaissance des constantes d'interaction, peut être considérée comme donnant une première indication en faveur du méson pseudo-scalaire. Il faut pourtant bien remarquer que ces résultats n'ont jusqu'à présent qu'un intérêt plutôt théorique, car ils supposent la réalisation d'un faisceau de photons monocinétiques, ce qui ne correspond pas aux conditions expérimentales de Berkeley. Pour cette raison, dans le paragraphe qui suit, nous introduirons une distribution spectrale des photons incidents.

(4) *Cf.* Note sur épreuves, p. 559.

6. **Spectre des mésons émis à partir d'un spectre de photons.** — Les photons des expériences de Berkeley sont obtenus à partir des électrons monocinétiques de 335 MeV par rayonnement de freinage. Nous supposerons donc que leur distribution spectrale est approximativement en $\frac{1}{k_0}$ [23]. Cette hypothèse valable uniquement pour des électrons de grandes énergies, n'est acceptable que pour la partie moyenne du spectre des photons qui joue un rôle essentiel dans nos considérations. En effet, la région des faibles fréquences $\left(\frac{k_0}{335} < 0{,}45\right)$ ne contribue pas au phénomène envisagé, car l'énergie du seuil est égale à 157 MeV. Cependant pour des k_0 de l'ordre de 330 MeV, nos résultats sont affectés d'une légère erreur par excès.

Les expériences [2] donnent le nombre de mésons produits par unité roentgen. Dans ces conditions, les sections efficaces différentielles, directement comparables aux résultats expérimentaux, seront proportionnelles à

$$\Phi(q_0) = \int_{k_{0\min}(q_0)}^{k_{0\max}(q_0)} \frac{1}{k_0} \sigma(k_0, q_0)\, \mathrm{d}k_0, \tag{28}$$

où les $\sigma(k_0, q_0)$ s'expriment par les formules (18) et (20).

Les limites $k_{0_{\max\text{-}\min}}(q_0)$ de (28) représentent les bornes de l'intervalle énergétique des photons qui contribuent à la création d'un méson d'énergie q_0. Ces valeurs, données par les formules inverses de (24), sont

$$k_{0\,\max\text{-}\min} = \frac{2\varkappa q_0 - \mu^2}{2(\varkappa - q_0 \mp \sqrt{q_0^2 - \mu^2})}. \tag{29}$$

Or $k_{0_{\max\text{-}\min}}(q_0)$ est une fonction régulièrement croissante de q_0; il faut alors remarquer que pour les valeurs de $q_0 > 213$ MeV, les $k_{0_{\max}}$ correspondants dépassent l'énergie de 335 MeV imposée par l'expérience. Pour ces valeurs de q_0 on doit donc, au lieu de (28) utiliser

$$\Phi'(q_0) = \int_{k_{0\min}(q_0)}^{335} \frac{1}{k_0} \sigma(k_0, q_0)\, \mathrm{d}k_0. \tag{28'}$$

Nous ne donnerons pas les formules explicites de (28) et (28′) dont les expressions analytiques, plutôt compliquées, ne permettent pas de tirer, *a priori*, des conclusions sur le comportement des sections efficaces. Il est plus avantageux de n'exprimer nos résultats que sous forme de courbes; puisque nous ne nous intéressons qu'à leur allure générale

nous ne tenons pas compte des facteurs de proportionnalité et choisissons une échelle telle que les maxima des courbes soient ramenés à la même valeur (5). Cela est représenté sur les figures 6, 7 et 8.

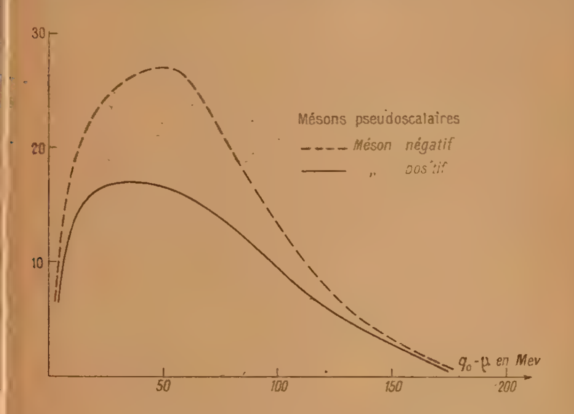


Fig. 6. — Sections efficaces (en unité arbitraire) de création de mésons positifs et négatifs à partir d'un spectre de photons en $\frac{1}{k_0}$.

La figure 8 indique que les résultats expérimentaux sont plus compatibles avec l'hypothèse du méson pseudo-scalaire qu'avec celle du scalaire.

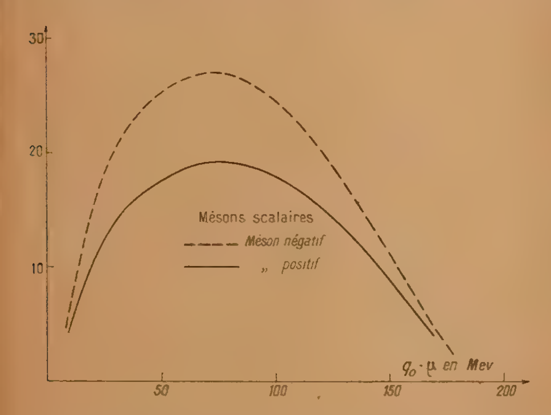


Fig. 7. — Sections efficaces (en unité arbitraire) de création de mésons positifs et négatifs à partir d'un spectre de photons en $\frac{1}{k_0}$.

Bien qu'il soit difficile de se prononcer sur la comparaison relative aux parties croissantes des courbes qui correspondent aux mésons de faibles énergies, difficilement observés dans les expériences [2], on constate cependant que la position du maximum et la forme de la courbe en son voisinage se rapprochent plus, dans le cas d'une théorie pseudo-scalaire, des données expérimentales. Il en est de même pour la partie descendante de la courbe. Pourtant les approximations que nous avons introduites au cours de ce travail exigent une discussion supplémentaire que nous donnerons dans le paragraphe 7.

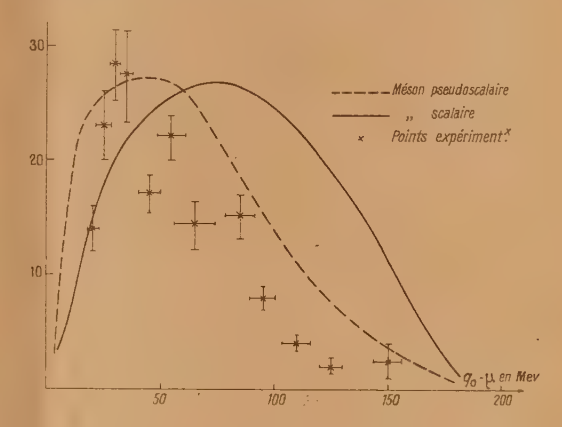


Fig. 8. — Sections efficaces (en unité arbitraire) de création de mésons chargés à partir d'un spectre de photons en $\frac{1}{k_0}$.

Nous avons calculé les rapports $\frac{\Phi^-(q_0)}{\Phi^+(q_0)}$ rassemblés dans le tableau II.

TABLEAU II.

$q_0 - \mu$ (MeV)...	14,6.	29,2.	43,8.	58,4.	116,8.	146.
$\left(\frac{\Phi^-}{\Phi^+}\right)_{\text{p.-sc.}}$ ...	1,44	1,51	1,61	1,67	1,39	1,10
$\left(\frac{\Phi^-}{\Phi^+}\right)_{\text{sc.}}$	1,38	1,42	1,43	1,41	1,32	1,20

Comme pour les rapports $\frac{\Sigma^-(k)}{\Sigma^+(k)}$ (§ 5) le méson pseudo-scalaire donne des valeurs supérieures à celles du méson scalaire et plus proches, bien que légèrement inférieures, à la valeur expérimentale 1,7. Ce résultat est une nouvelle confirmation des indications signalées précédemment, que l'hypothèse du méson pseudo-saclaire rend mieux compte des faits expérimentaux que ne le fait celle du méson scalaire.

7. **Discussion et conclusions.** — Nous rassemblerons, maintenant, les résultats obtenus jusqu'ici et discuterons certains points liés aux hypothèses introduites.

(5) En raison de l'hypothèse que nous avons admise, à savoir que les nucléons sont supposés libres dans les noyaux et que l'on a affaire au carbone (six protons et six neutrons), il faudrait multiplier les $\Phi(q_0)$ par un même facteur constant.

Nous avons tout d'abord démontré que les éléments de matrice et par conséquent, les sections efficaces de la production des mésons de spin o par les photons, au second ordre près et en approximation de Born, ne dépendent que d'une constante de couplage qui dans le cas du méson pseudo-scalaire est $f_3 = f_1 + \frac{2\varkappa}{\mu} f_2$ et qui, pour le méson scalaire, est g_1, en remarquant que, pour ce dernier, la réduction à une seule constante n'est possible qu'avec l'hypothèse supplémentaire $\varkappa_N = \varkappa_P$. Notons, qu'en effectuant une transformation canonique convenable sur le lagrangien, on aurait pu *a priori* faire apparaître cette propriété.

La manière dont nous avons écrit les éléments de matrice, nous a permis de retrouver immédiatement la formule classique de Brueckner et Goldberger [4], valable pour les sections efficaces différentielles. On voit ainsi que le rapport $\frac{\pi^-}{\pi^+}$ des mésons créés est indépendant de leurs caractère scalaire ou pseudo-scalaire (§ 4). Au contraire nous avons montré que, quand on se place dans les conditions expérimentales [2] où l'on observe l'émission de mésons d'énergie q_0 à partir d'une distribution spectrale de photons, le rapport considéré dépend du caractère tensoriel de la particule émise (§ 6). Cela constitue, à notre avis, un point important de la discussion. La valeur moyenne de $\frac{\Phi^-}{\Phi^+}$ liée au méson pseudo-scalaire, étant plus proche de la valeur expérimentale, nous estimons qu'il y a là un argument en faveur d'un tel méson.

On retrouve des propriétés semblables à celles de $\frac{\Phi^-}{\Phi^+}$ quand on étudie le problème analogue avec les sections efficaces totales, pour un faisceau monocinétique de photons. On remarque qu'après une croissance rapide au voisinage du seuil, où les rapports $\frac{\Sigma}{\Sigma^+}$ sont presque égaux, $\frac{\Sigma^-}{\Sigma^+}$ reste à peu près constant dans le cas d'une théorie scalaire, tandis qu'il augmente d'une manière assez notable pour le méson pseudo-saclaire. La différence entre $\left(\frac{\Sigma^-}{\Sigma^+}\right)_{\text{p.-sc.}}$ et $\left(\frac{\Sigma^-}{\Sigma^+}\right)_{\text{sc.}}$ devenant appréciable pour des k_0 de l'ordre de 600-500 MeV, il est intéressant de noter qu'il serait possible, quand les conditions expérimentales le permettront, d'en tirer un argument d'une valeur significative.

D'autre part, nous avons montré qu'en tenant compte du recul des nucléons la section efficace de création des mésons neutres par les photons est différente de zéro. Cependant, en première approximation, le rapport $\frac{\Sigma^0}{\Sigma^+ + \Sigma^-}$ (§ 5) ne dépasserait pas quelques pour cent [6].

Le second point important à signaler a trait à la comparaison des courbes de la figure 8. Nous avons déjà souligné que la courbe correspondant au méson pseudo-scalaire est en meilleur accord avec l'expérience. Cependant nos résultats sont basés sur trois hypothèses distinctes à savoir que :

a. on néglige l'effet du champ coulombien sur le méson émis;

b. on néglige l'effet du champ nucléaire entre nucléons;

c. on admet une distribution spectrale des photons en $\frac{1}{k_0}$.

L'hypothèse *a* ne modifie pas sensiblement nos résultats, puisque comme il a été dit, elle n'affecte que les mésons de faibles énergies, qui, pour la comparaison en question, ne sont pas de grand intérêt. Par contre l'hypothèse *b* discutée en détail dans l'introduction, entraîne sur toute l'étendue du spectre [7] une erreur systématique, peut-être appréciable mais qu'il est très difficile d'évaluer vu l'état non satisfaisant de la théorie actuelle des noyaux. D'autre part l'hypothèse *c* aceptable dans la partie moyenne du spectre, n'est plus valable vers sa partie extrême des grandes énergies où la distribution spectrale décroît plus rapidement que $\frac{1}{k_0}$. Cela indique que pour les valeurs de $q_0 > 213$ MeV (correspondant déjà à la partie descendante de la courbe) on commet, ce qui est facile à vérifier, une erreur par excès. Une meilleure approximation entraînerait, donc, une amélioration de nos courbes dans la comparaison avec l'expérience.

En définitive, l'ensemble des résultats présentés ci-dessus paraît indiquer que l'hypothèse d'une théorie pseudo-scalaire est plus conforme qu'une théorie scalaire, à l'interprétation des expériences faites jusqu'à présent sur la production des mésons à partir des photons.

Nous tenons à exprimer, ici, nos vifs remerciements à M. A. Proca pour l'intérêt qu'il a apporté à ce travail et les encouragements qu'il n'a cessé de nous prodiguer.

Ces recherches ont été effectuées grâce aux allocations du Centre National de la Recherche scientifique.

[6] *Cf.* Note sur épreuves, p. 559.

[7] En effet, un méson d'énergie q_0 peut être produit par des photons dont les énergies sont comprises entre $k_{0_{max}}$ et $k_{0_{min}}$ (29). Or, dans cet intervalle, on peut toujours trouver des k_0 entraînant un recul du nucléon trop faible pour que notre approximation reste valable.

Manuscrit reçu le 22 avril 1950.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Mc Millan E. M. et Peterson J. M. — *Science*, 1949, **109**, 438.
[2] Mc Millan E. M., Peterson J. M. et White R. S. — *Science*, 1949, **110**, 579.
[3] Heitler W. — *Proc. Roy. Soc.*, 1938, **166**, 529. — Kobayashi M. et Okayama T. — *Proc. Phys. Math. Soc.* Japan, 1939, **21**, 1. — Massey H. S. W. et Corben H. C. — *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 1939, **35**, 84 et 463. — Nordheim L. et Nordheim G. — *Phys. Rev.*, 1938, **54**, 254. — Hamilton J. et Peng H. W. — *Proc. Roy. Ir. Acad.*, 1944, **49** A., 197. — Heitler W. — *Rev. Mod. Phys.*, 1949, **21**, 113. — Foldy L. L. — *Phys. Rev.* 1949, **76**, 372. — Feshbach H. et Lax M. — *Phys. Rev.*, 1949, **76**, 134.
[4] Brueckner K. A. et Goldberger M. L. — *Phys. Rev.*, 1949, **76**, 1725.
[5] Benoist-Gueutal P., Prentki J. et Ratier J. — *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **230**, 1146.
[6] Feynman R. P. — *Phys. Rev.*, 1949, **76**, 749 et 769.
[7] Wheeler J. A. et Tiomno J. — *Rev. Mod. Phys.*, 1949, **21**, 145 et 153. — Serber R. — *Phys. Rev.*, 1949, **75** 1459.
[8] Marty C. et Prentki J. — *J. Phys.*, 1948, **9**, 147. — Ruderman M. et Finkelstein R. — *Phys. Rev.*, 1949, **76**, 1458.
[9] Bjorklund R., Moyer B. J. et York H. F. — *Phys. Rev.*, 1949, **76**, 187. — Bjorklund R., Crandall W. E., Moyer B. J. et York H. F. — *Phys. Rev.*, 1950, **77**, 213.
[10] Finkelstein R. — *Phys. Rev.*, 1947, **72**, 415.
[11] Yang C. N. — *Phys. Rev.*, 1950, **77**, 242.
[12] Steinberger J. — *Phys. Rev.*, 1949, **76**, 1180.
[13] Hove L. van. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 1519.
[14] Case K. M. — *Phys. Rev.*, 1949, **76**, 14.
[15] Le Couteur K. J. et Rosenfeld L. — *Phil. Mag.*, 1949, **40**, 151.
[16] Yukawa H. — *Rev. Mod. Phys.*, 1949, **21**, 474.
[17] Marty C. et Prentki J. — *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **230**, 54.
[18] Araki G. et Itiro Tomanaga S. — *Phys. Rev.*, 1940, **58**, 90.
[19] Dyson F. J. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 486 et 1736.
[20] Möller C. — *Det. Kgl. Danske Vid.*, 1945, **23**, n° 1.
[21] Möller C. et Rosenfeld L. — *Det. Kgl. Danske Vid.*, 1943, **20**, n° 12.
[22] Bishop A. S. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 1468.
[23] Heitler W. — The quantum theory of radiation, 2nd edition, Oxford University Press, 1947, p. 170-171.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 11, OCTOBRE 1950, PAGE 563.

EXPÉRIENCES A LA TEMPÉRATURE ORDINAIRE SUR LA CONDUCTIBILITÉ ÉLECTRIQUE DE FILMS D'ARGENT TRÈS MINCES SOUMIS A DES CHAMPS ÉLECTRIQUES INTENSES

Par A. BLANC-LAPIERRE et M. PERROT.
Faculté des Sciences d'Alger.

Sommaire. — On donne le résultat d'expériences effectuées à la température ordinaire sur la conductibilité de films d'argent très minces dans le cas de champs électriques intenses. La loi d'Ohm ne s'applique plus et la résistance décroît à mesure que la différence de potentiel appliquée croît. La courbure de la caractéristique courant-tension donne naissance à des propriétés détectrices qui sont étudiées. On donne quelques résultats relatifs à l'évolution spontanée de la résistance des films d'argent considérés.

1. Introduction. — On sait que les *films métalliques très minces* ont des propriétés qui, à certains points de vue, s'éloignent de celles des *métaux* pour se rapprocher de celles des *semi-conducteurs*. D'autre part, on admet qu'aux très faibles épaisseurs ces films ont une *structure lacunaire*. Le mécanisme de passage du courant électrique dans ces couches métalliques est donc notablement différent de celui qui correspond à la conductibilité des métaux massifs.

Les semi-conducteurs présentent une résistance variable en fonction de la différence de potentiel appliquée. La proportionnalité entre le courant et le champ exprimée par la loi d'Ohm n'est donc pas valable pour eux; de plus, si l'on envisage des structures lacunaires, on peut imaginer entre les différents ilôts des mécanismes d'échanges électroniques qui n'ont aucune raison d'obéir à la loi d'Ohm.

A vrai dire, bien qu'on ait généralement admis sa validité, quelques auteurs ont signalé certaines anomalies par rapport à la loi d'Ohm. Parmi eux, Bernamont [1] a observé de faibles écarts pour des films de tungstène et, plus récemment, A. Van Itterbeek et L. Degrève [2] ont indiqué que, pour

des films de nickel d'épaisseur inférieure à 40 mμ, n'ayant subi aucun traitement thermique, la résistance variait en fonction de l'intensité. Les variations de résistances indiquées par Bernamont d'une part et par A. Van Itterbeek et L. Degrève d'autre part, sont faibles en valeur relative.

Tout récemment MM. Pierre Lainé, Boris Vodar, Nicolas Mostovetch, Marc Barbaron et Rudolf Spondlin [3], puis MM. Nicolas Mostovetch et Boris Vodar [4] ont signalé de très gros écarts à la loi d'Ohm à 4,2° *K* pour des dépôts métalliques très minces.

Nous avions par ailleurs pensé qu'il y aurait intérêt à effectuer des mesures à la température ordinaire dans lesquelles on ferait varier le champ électrique *dans un très large domaine.*

Nos expériences ont porté sur des films d'argent dont l'épaisseur « équivalente » estimée était inférieure à 10 mμ. Nous les avons soumis à des différences de potentiel correspondant à des champs électriques variant de quelques dizaines de volts par centimètre jusqu'à près de 20 000 V : cm. Dans ces conditions, nous avons observé une décroissance de la résistance quand on passe des faibles champs aux champs élevés; cette décroissance pouvant dépasser 50 pour 100 dans certains cas.

La courbure présentée par la caractéristique courant-tension peut conduire à des effets de détection que nous avons étudiés dans le domaine des basses fréquences. Malgré la valeur très élevée des champs électriques mis en jeu nous ne pensons pas que les phénomènes observés puissent être imputés à un échauffement de la lame par le passage du courant.

2. **Technique expérimentale.** — 1° *Forme des lames étudiées.* — Nous avons utilisé comme supports des lames de verre parallélépipédiques dont les dimensions sont les suivantes : longueur 38 mm, largeur 26 mm, épaisseur 1,5 mm. Sur une des faces, on dépose par vaporisation sous vide une couche d'argent assez épaisse pour que sa résistance dans le sens de sa dimension maximum soit inférieure à 1 ohm. La surface recouverte d'argent au cours de cette opération a approximativement 30 mm de long sur 22 mm de large. (*fig.* 1). Nous avons ensuite supprimé la couche d'argent sur une petite bande BB′ dont la largeur $l = l_1 l_2$ suffisamment bien définie a varié selon les lames de 0,04 à 0,20 mm. Cette suppression est assez bonne pour assurer entre les deux parties de la lame d'argent initiale un isolement correspondant au moins à 10^{11} ohms (sous vide). La lame ainsi préparée était alors replacée dans l'appareil à vaporisation et recouverte d'un film d'argent très mince. C'est la partie de ce film recouvrant le sillon BB′ qui a fait l'objet de notre étude, les deux demi-lames d'argent épais A_1 et A_2 servant d'électrodes d'arrivée et de départ du courant. Les dimensions des films étudiés sont donc :

a. l dans la direction ox de passage du courant;

b. 22 mm et quelques millimicrons dans les deux directions oy et oz perpendiculaires aux lignes de courant.

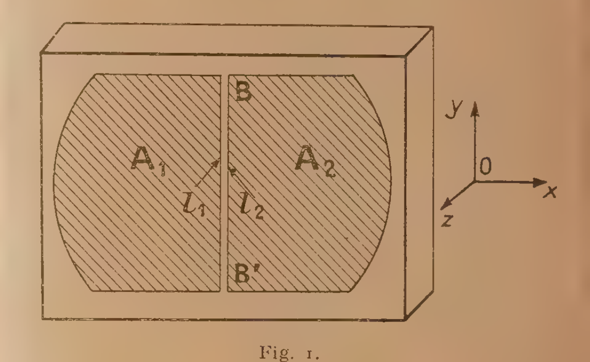


Fig. 1.

2° *Vide.* — Le groupe à vide que nous avons utilisé était constitué par une pompe à palettes et une pompe Holweck. L'appareil de vaporisation de très petit volume comportait un piège à air liquide.

3° *Conduite des mesures : évolutions.* — Les lames ont été maintenues et étudiées sous vide après leur formation et les mesures effectuées entre 4 et 7 h. après la projection suivant les lames. L'évolution spontanée de la lame sous vide n'était évidemment pas encore parfaitement terminée, mais, pour l'ensemble des séries de mesures effectuées sur chaque lame et qui a souvent duré plusieurs heures, la variation de résistance par évolution spontanée n'a pas dépassé quelques pour cent. La figure 2 relative à la lame n° 5 précise quel fut le stade d'évolution atteint par cette lame au cours des mesures. Des courbes semblables ont été tracées pour toutes les lames étudiées. Les évolutions qu'elles représentent sont conformes aux résultats déjà connus pour des lames d'argent dont l'épaisseur a l'ordre de grandeur indiqué plus haut [5, 6].

4° *Appareillage électrique.* — Nous avons étudié :

a. la caractéristique courant-tension de la lame en courant continu (I = *fonction de* V);

b. la possibilité de *détection* liée à la courbure présentée par la caractéristique précédente (écarts à la loi d'ohm). Si à la tension continue V (tension de polarisation) on ajoute une tension sinusoïdale de valeur efficace v et de fréquence f, le courant moyen qui traverse la lame passe de la valeur I à une valeur $I + i$ et l'étude de la détection est celle de

$$i = F(v, V, f), \qquad (1)$$

le dispositif de mesure comporte :

1° Une source de tension continue S_0 réglable de — 100 à + 100 V.

2° Une source de tension alternative S_1 pouvant fournir au moins 25 V sur la gamme des fréquences

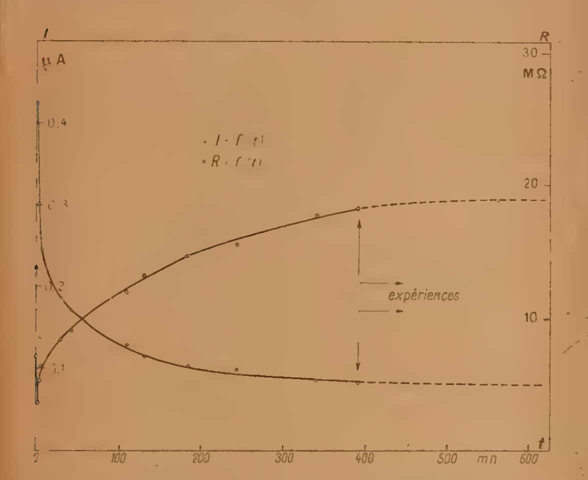


Fig. 2. — Évolution de la conductibilité de la lame n° 5 ($V' = 1,55$ V, $E' = 86$ V : cm).

comprises entre 50 et 10 000 c : s. Un atténuateur réglable de 0 à 110 db permettant d'obtenir à volonté des tensions plus faibles.

3° Un système de deux galvanomètres G_1 et G_2 fournissant respectivement la valeur de $I + i$ (et de I pour $v = 0$) et la valeur de i grâce à un procédé de compensation utilisant une source S_2 de tension continue.

L'ensemble est schématisé sur la figure 3.

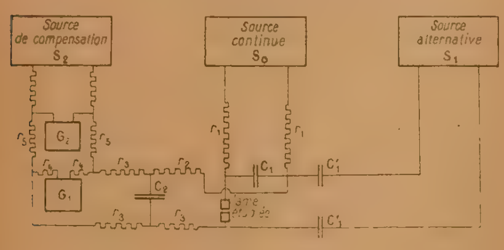


Fig. 3.

Les résistances et les capacités (r_1 C_1 C'_1), (r_2 r_3 C_2) assurent l'indépendance des circuits alternatifs et des circuits continus; (r_4 r_5 r_6) règlent le partage des courants entre le galvanomètre de mesure directe G_1 et le galvanomètre compensé G_2.

En plus des mesures effectuées par le dispositif précédent, nous avons jugé utile d'observer à l'oscillographe cathodique la caractéristique continue

$$I = F(V). \qquad (2)$$

Pour cela nous avons substitué à V une tension alternative de 50 c : s (nous nous sommes assurés que la caractéristique n'était pas perturbée par la substitution de ce régime lentement variable au régime continu). La caractéristique (2) s'obtient en appliquant aux plaques horizontales de l'oscillographe une tension proportionnelle à V et aux plaques verticales une tension proportionnelle à I. Le schéma du montage utilisé à cet effet est représenté par la figure 4.

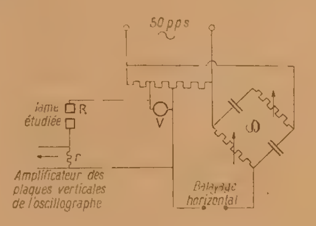


Fig. 4.

L'utilisation d'un amplificateur d'attaque des plaques verticales permet de prendre r très inférieur à la résistance R de la lame étudiée; la tension lue sur le voltmètre V correspond donc avec une excellente approximation à la tension alternative appliquée à la lame. Le pont ϖ est un circuit déphaseur à amplitude constante qui permet d'annuler tout déphasage existant entre les deux balayages.

Les caractéristiques fournies par l'oscillographe ont pu être photographiées et même filmées dans l'étude des évolutions.

3. **Résultats.** — 1° *Caractéristique continue.* — Pour toutes les lames étudiées, la caractéristique continue, $I = F(V)$ présente le même aspect que sur la figure 5 relative à la lame n° 4. L'ensemble des résultats, pour un certain nombre de lames étudiées, est traduit par le tableau I dans lequel on désigne par R le rapport $\frac{V}{I}$ associé à une tension V et par R_0 la limite de ce rapport pour $V = 0$.

Pour chaque lame, on donne les paramètres suivants :

a. largeur l du sillon initial;

b. résistance R_0;

c. tension V' et champ électrique E' appliqués pendant la vaporisation et l'évolution pour suivre les variations de résistance.

D'un certain nombre de caractéristiques étudiées,

TABLEAU I.

N° des lames.		V (V).	E (V : cm).	R (MΩ).	W_1 (mW).	W_2 (mW : cm²).
3.	$l = 0{,}005$ cm	10	2 000	47	0,002	0,18
	$R_0 = 48$ MΩ	50	10 000	25	0,10	9,1
	$V' = 23$, $E' = 4600$	95,5	19 000	20	0,48	43,5
4.	$l = 0{,}005$ cm	2,5	500	13,3	0,0005	0,045
	$R_0 = 14{,}7$ MΩ	10	2 000	11,0	0,009	0,8
	$V' = 17{,}3$, $E' = 3450$	50	10 000	8,0	0,3	27
5.	$l = 0{,}018$ cm	9	500	10,4	0,008	0,2
	$R_0 = 22$ MΩ	36	2 000	8,2	0,164	4,0
	$V' = 1{,}55$, $E' = 86$	50	2 780	7,6	0,331	8,5
6.	$l = 0{,}010$ cm	5	500	0,67	0,037	1,68
	$R_0 = 2$ MΩ	–		–	–	–
	$V' = 0{,}5$, $E' = 50$	20	2 000	0,40	1,0	45
7.	$l = 0{,}004$ cm	0,4	100	2,0	0,0001	0,011
		0,8	200	1,6	0,0004	0,045
	$R_0 = 2{,}1$ MΩ	2	500	1,42	0,003	0,34
	$V' = 0{,}5$, $E' = 125$	8	2 000	1,0	0,064	7,3

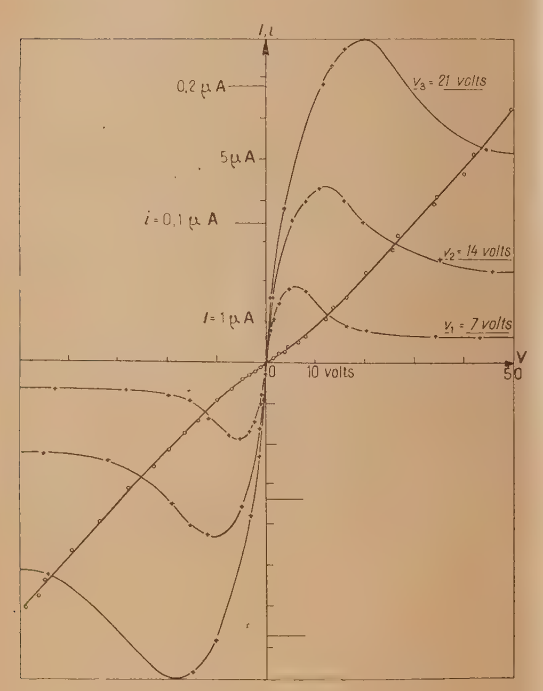


Fig. 5. — Lame n° 4.
○ $I = F(V)$,
+ $i = F(V, v, f)$,
pour $f = 5\,000$ c : s et $v = v_1, v_2, v_3$.

nous avons extrait les valeurs correspondant à quelques points; pour chacun d'eux nous donnons le potentiel V (en volts) le champ E (en volts par centimètre), la résistance R (en mégohms), la puissance dissipée dans la lame W_1 (en milliwatts) et la puissance correspondante W_2 rapportée à 1 cm² de surface de lame mince (en milliwatts par centimètre carré).

La méthode des relevés oscillographiques nous a permis d'obtenir plus rapidement les caractéristiques des lames. Sur la figure 6 on voit d'une part la

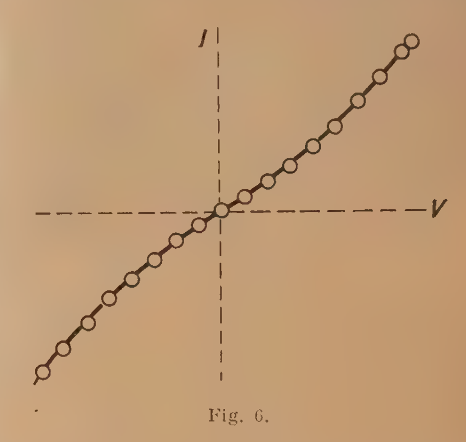


Fig. 6.

photographie de la caractéristique $I = F(V)$ de la lame n° 7 relevée à l'oscillographe de — 8,5 à + 8,5 V et d'autre part les points représentant les mesures directes faites au galvanomètre dans ce même domaine de tension; la correspondance est excellente.

Nous avons suivi à la camera certains *phénomènes d'évolution.*

Les clichés de la figure 7 représentent l'*évolution de la caractéristique d'une lame au cours de la vaporisation :*

cliché 7*a* : avant la vaporisation ($I = 0$);

clichés 7 *b*, 7 *c*, 7 *d* : caractéristiques au cours de la vaporisation (on remarque toujours la courbure de ces caractéristiques);

cliché 7 *e* : droite obtenue au moyen d'une résistance de 30 000 Ω servant à étalonner les clichés en résistance.

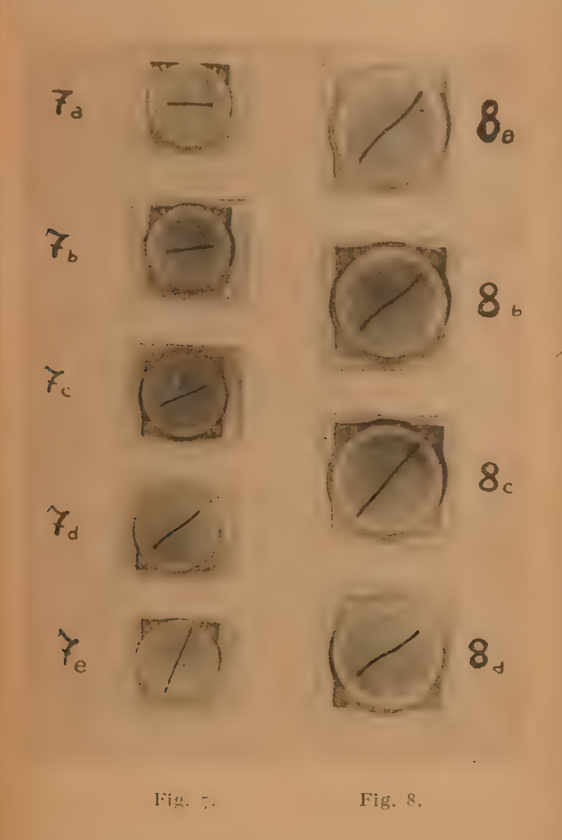


Fig. 7. Fig. 8.

Les clichés de la figure 8 représentent une *évolution après vaporisation* (le cliché 8 *c* est obtenu en remplaçant la lame par 2 M Ω les clichés 8 *a*, 8 *b*, 8 *d* sont obtenus immédiatement, 2 mn et 7 mn après la vaporisation; la tension appliquée variait de —2,5 à 2,5 V).

2° *Propriétés détectrices.* — La figure 5 donne i en fonction de V pour diverses valeurs de la tension alternative v et pour $f = 5\,000$ c : s (i et I ne sont pas représentés à la même échelle sur la figure 5).

On voit que pour v et f donnés, i passe par un maximum i_m obtenu pour une certaine valeur de V que nous noterons V_m.

Le tableau II résume l'ensemble des résultats relatifs à la détection pour les lames déjà citées dans le tableau I. Pour chaque lame, on donne les valeurs de i_m et de V_m correspondant à diverses valeurs de v. On indique d'autre part une majoration de la puissance totale (continu plus alternatif) dissipée dans la lame (W'_1) ou rapportée à 1 cm² (W'_2). Enfin, on indique la valeur I_m correspondant à V_m dans la caractéristique continu.

Dans le tableau II, v est exprimé en volts efficaces, i_m et I_m en micro-ampères, V_m en volts, et W'_1 en milliwatts, W'_2 en milliwatts par centimètre carré.

La figure 9 représente ce qu'on peut appeler une caractéristique de détection. Elle fournit, pour la lame n° 6, la valeur de i en fonction de v pour

$$f = 5\,000 \text{ c : s} \quad \text{et} \quad V = 2,5 \text{ V}.$$

(Afin de mieux représenter le début de la caractéristique on a indiqué à grande échelle la portion 0-1 V.)

Tous les résultats que nous venons de donner correspondent à $f = 5\,000$ c : s. Nous avons cherché s'ils dépendaient de façon importante de la fréquence. Les valeurs données en sont indépendantes à quelques centièmes près, entre 50 et 10 000 c : s.

4. **Remarques diverses.** — 1° *Influence de l'application d'un champ alternatif important au début de l'évolution.* — Nous avons observé que l'application, au début de l'évolution, d'une tension sinusoïdale relativement élevée provoquait une variation irréversible de la résistance. Les lames étudiées à ce point de vue ont présenté un abaissement durable de résistance après l'application

TABLEAU II.

N° des lames.	v.	i_m (μA).	V_m.	I_m (μA).	W'_1 (mW).	W'_2 (mW : cm²).
4	7	0,06	6	0,5	0,010	0,9
	14	0,13	12	1,1	0,05	4,5
	21	0,24	20	2,1	0,15	13,5
5	7	0,08	5	0,4	0,005	0,12
6	0,42	0,032	0,75	0,55	0,001	0,045
	0,84	0,120	1,20	1,05	0,002	0,090
	1,40	0,250	1,50	1,35	0,010	0,450
	4,20	1,300	4,50	6,40	0,080	3,60
7	1,4	0,20	1,4	1,1	0,004	0,45
	4,2	3,34	12,5	17	0,300	34

pendant 2 ou 3 mn de tensions alternatives de fréquence 1 000 de l'ordre de 50 V efficaces.

La résistance après cette variation irréversible évolue encore vers un état asymptotique, mais ce dernier est différent de celui que l'on aurait eu normalement. Lorsque l'évolution vers cette nouvelle limite est avancée, l'expérience montre que l'on peut alors appliquer des tensions alternatives sans provoquer de modifications irréversibles notables.

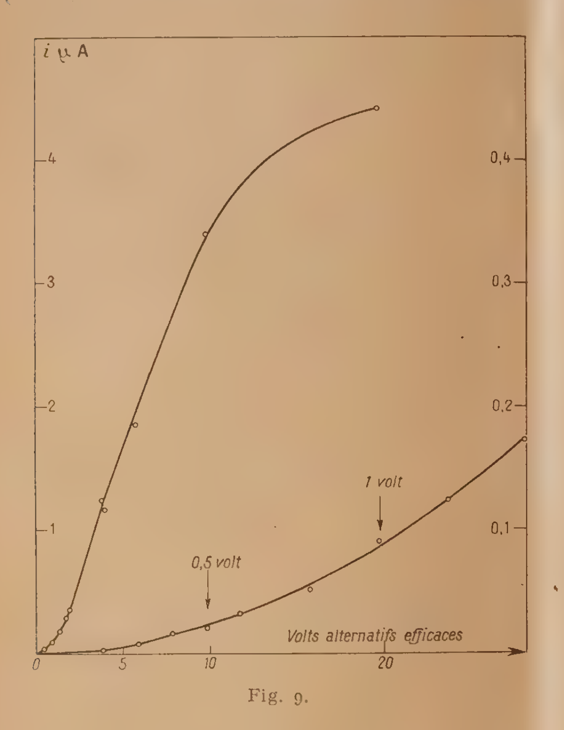


Fig. 9.

C'est évidemment à ce stade que nous nous sommes placés pour effectuer les mesures sur les lames en question. De plus, nous avons toujours utilisé des tensions alternatives inférieures à 20 V et même, la plupart du temps, inférieures ou égales à 7 V.

2° *Possibilité d'un effet thermique.* — On peut se demander si l'accroissement de conductibilité, lorsque V augmente, n'est pas dû à une variation de résistance par échauffement de la lame.

Nous ne le pensons pas :

a. la différence $R\text{-}R_0$ est déjà très sensible (supérieure à 10 pour 100 de R_0) pour des puissances inférieures au microwatt (lames n°s 4 et 5);

b. les effets de détection qui sont liés à une courbure de la caractéristique existent déjà pour des puissances totales de l'ordre du microwatt (lame n° 6);

c. l'étude de la vitesse de variation de résistance de la lame au cours d'un *léger* chauffage par rayonnement et du refroidissement qui suit montre que sa constante de temps thermique est supérieure à la minute. Pour les régimes alternatifs utilisés, la température de la lame doit donc, après une période transitoire, se fixer à une valeur qui reste pratiquement constante. Si l'on voulait attribuer les phénomènes observés à un échauffement de la lame on devrait dire que l'application de V et de v fait en définitive, passer, par échauffement, la lame de la température ambiante T_0 à une température T, c'est-à-dire la résistance de R_{T_0} à R_T; T serait une fonction de T_0 et de la puissance moyenne totale dissipée.

Si l'on admettait ce point de vue, lorsqu'on supprime la tension alternative, R devrait passer *lentement* de la valeur R_T correspondant à $V + v$ à la valeur R'_T, correspondant à V seul. Or, ce passage s'effectue sans aucune inertie.

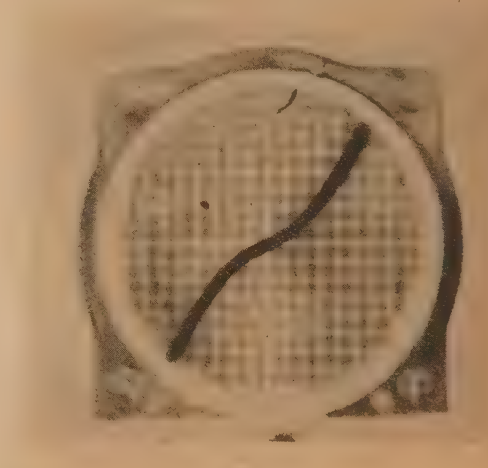


Fig. 10.

Par ailleurs — bien que cette nouvelle remarque ne constitue pas un argument absolument péremptoire — on doit noter que d'après quelques mesures effectuées en cours du refroidissement, il ne semble pas que la fonction $i = F(V, v)$ dépende de façon importante de la température à l'intérieur du petit domaine correspondant aux légers chauffages effectués par rayonnement.

Il nous paraît donc raisonnable de dire que, si la température de la lame joue un rôle dans les phénomènes décrits, il ne peut s'agir que d'un effet secondaire, qui est absolument insuffisant pour rendre compte des résultats expérimentaux.

3° *Régimes sinusoïdaux.* — Dans les expériences précédentes, on avait $i = 0$ pour $V = 0$; en d'autres termes, il n'y avait pas de détection en l'absence de tension de polarisation. Cela est une conséquence de la symétrie de la caractéristique $I = F(V)$ d'une

part et de celle de la sinusoïde $v(t)$ d'autre part; mais si au lieu d'une tension sinusoïdale on utilise une tension périodique de valeur moyenne nulle, on peut fort bien avoir une détection pour $V = 0$. C'est ce que nous avons vérifié en utilisant pour tension v une tension riche en harmonique 2 de phase convenable.

4° *Analogie entre les caractéristiques observées et celles de contacts imparfaits.* — Nous signalons, sans autres commentaires, que nous avons obtenu des caractéristiques courant-tension absolument analogues à celles présentées par nos lames en étudiant la résistance de contacts imparfaits (métal-métal dans l'air). La figure 10 fournit la caractéristique $I = F(V)$ dans un tel cas.

Conclusion. — Le résultat central contenu dans ce qui précède est la mise en évidence, pour les grands champs, d'écarts importants par rapport à la loi d'Ohm. Il nous paraît certain que ces écarts ne peuvent être imputés à des effets thermiques, mais traduisent un mécanisme de conductibilité probablement lié à la structure lacunaire des lames.

Au cours d'expériences préliminaires nous avons observé des écarts de ce genre pour des lames placées dans l'air, dans l'air sec et sous un vide partiel. Des travaux en cours doivent permettre de préciser dans quelle mesure les effets signalés conservent l'aspect décrit ci-dessus lorsqu'on utilise les vides les plus poussés que l'on peut obtenir actuellement.

Les auteurs signalent qu'une partie importante du matériel qui a servi à ce travail a pu être achetée grâce à une subvention du Centre National de la Recherche Scientifique et sont heureux de remercier cet organisme.

Manuscrit reçu le 11 avril 1950.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] BERNAMONT. — *Ann. Physique*, 1937, **7**, 71.
[2] VAN ITTERBEEK et DE GRÈVE L. — *Experencia*, 1947, Vol. III, 7.
[3] LAINÉ P., VODAR B., MOSTOVETCH N., BARBARON M. et SPONDLIN R. — *C. R. Acad. Sc.*, 1949, **229**, 815.
[4] MOSTOVETCH N. et VODAR B. — *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **230**, 934.
[5] PERROT M. et ARCAIX S. — *C. R. Acad. Sc.*, 1949, **229**, 1139-1142.
[6] PERROT M. — *XIXe Colloque international sur les propriétés optiques des lames minces solides*, Marseille, 19 avril 1949 et *J. de Pysique*, 1950, **11**, 385.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 11, OCTOBRE 1950, PAGE 569.

SUR LA RÉFLEXION « INTERNE » DANS UN MILIEU STRATIFIÉ. APPLICATION PARTICULIÈRE A LA TROPOSPHÈRE

Par G. ECKART et T. KAHAN.

Sommaire. — Les auteurs ont défini la notion de réflexion interne dans un milieu stratifié, indiqué une condition nécessaire et suffisante pour que cette réflexion s'annule, développé une méthode pour la calculer et démontré l'impossibilité de l'observer dans la troposphère normale en faisant appel aux ondes électromagnétiques seules.

L'article se subdivise ainsi :

1. *Exposé du problème.* — 11. Définition de la réflexion interne. — 12. L'erreur de Rüdenberg.

2. *Condition nécessaire et suffisante pour que cette réflexion s'annule.* — 21. La condition : impédance caractéristique Z = const. est nécessaire. — 22. Cette condition est aussi suffisante. — 23. Ce résultat conduit à une méthode commode pour le calcul des réflexions internes. — 24. Résultat mathématique et quelques méthodes pour l'étude de la propagation d'ondes sur une ligne non homogène.

3. *Deux méthodes pour calculer la réflexion interne.* — 31. Par la théorie classique des câbles. — 32. Par une méthode plus générale.

4. *Exemples particuliers.* — 41. Milieu avec constante diélectrique fonction linéaire de la coordonnée z. — 411. Le coefficient de la réflexion interne. — 412. La forme de l'impulsion réfléchie de manière interne. — 42. L'ionosphère selon Rawer-Epstein. — 43. Autres exemples.

1. Exposé du problème. — 11. *Définition de la réflexion interne.* — Nous allons étudier ici le problème suivant : Étant donné un milieu hétérogène non dissipatif dont la constante diélectrique et la perméabilité sont des fonctions à dérivées continues de la coordonnée z (ou encore par analogie, une ligne dont l'inductivité et la capacité par unité de longueur sont de telles fonctions), nous nous proposons de

calculer la réflexion produite par cette non-homogénéité seule.

Si l'on a affaire, le long de la ligne ou le long de l'axe des z du milieu stratifié, à une discontinuité de ε, μ (C, L) ou seulement du gradient de ces grandeurs, on obtient des réflexions que nous appellerons réflexions « externes ». Nous les négligerons et ne nous occuperons que des réflexions distribuées continuement, provenant de l'inhomogénéité continue du milieu que nous appellerons des réflexions « internes ».

12. *L'erreur de Rüdenberg.* — A ce sujet, Rüdenberg a publié en 1913, un travail incorrect. Il suppose une ligne non homogène, une onde de tension sans réflexion se mouvant sur elle et il donne une équation différentielle pour l'impédance caractéristique Z comme fonction de la coordonnée z qui doit être satisfaite pour qu'aucune réflexion ne se produise. Parmi les solutions de cette équation il y en a qui sont impossibles, du point de vue physique. En effet, Rüdenberg indique des solutions pour $Z = f(z)$ pour lesquelles la variation de Z peut être aussi grande qu'on le veut et qu'on peut approximer par des courbes continues.

Or, cela est impossible. Cette impossibilité devient évidente en reprenant le calcul de Rüdenberg pour une onde de courant; on obtient alors une autre équation différentielle pour $Z = f(z)$. Or, la seule solution commune à ces deux équations est $Z = \text{const.}$ On pourrait penser que cela est banal, mais déjà le calcul de Rüdenberg montre que ce problème n'est pas si simple, et nous tirerons de ce théorème, quelques conséquences assez importantes. Aussi bien allons-nous établir ce fait d'une manière générale.

2. Condition nécessaire et suffisante pour que cette réflexion s'annule. — 21. *La condition : impédance caractéristique $Z = const.$ est nécessaire.* — Pour saisir la démonstration suivante, il faut se rappeler que dans un milieu homogène non dissipatif, les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ d'une onde se propageant perpendiculairement à la stratification (sur la ligne la tension U et le courant J) sont en phase, en chaque point, et une réflexion (qui ne peut être qu'externe dans un milieu homogène), se manifeste par un déphasage entre ces deux grandeurs. En plus le théorème de la conservation de l'énergie doit être observé. Supposons une onde cheminant le long de l'axe des z (la fonction de temps étant $e^{+j\omega t}$). Les équations de Maxwell s'écrivent dans ce cas particulier (analogie avec la théorie des câbles) :

$$-\frac{\partial E_x}{\partial z} = j\omega\mu_0\,\mu(z) H_y, \qquad (1)$$

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = j\omega\,\varepsilon_0\,\varepsilon(z) E_x. \qquad (2)$$

Posons

$$E_x = f_1(z)\,e^{-j\varphi(z)}, \qquad (3)$$

$$H_y = f_2(z)\,e^{-j\varphi(z)}; \qquad (4)$$

où φ, f_1, f_2 sont réels, φ croissant de manière monotone avec z. Ce faisant, nous supposons que E_x et H_y sont en phase.

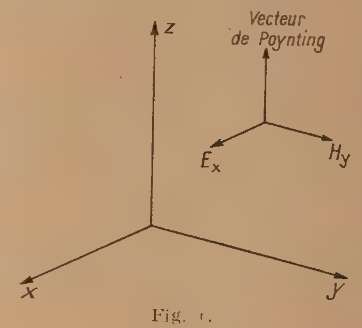


Fig. 1.

En vertu du théorème de la conservation de l'énergie, on a (théorème de Poynting) :

$$f_1(z) f_2(z) = K. \qquad (5)$$

Montrons d'abord que la condition

$$\sqrt{\frac{\mu(z)}{\varepsilon(z)}} = \text{const.} \qquad (6)$$

est nécessaire pour qu'aucune réflexion interne ne se produise, c'est-à-dire que les équations (3) et (4) avec un seul $\varphi(z)$ sont valables.

Substituons (3) et (4) dans (1) et (2), on a

$$-[f_1'(z) - j\varphi'(z) f_1(z)] = j\omega\mu_0\,\mu(z) f_2(z), \qquad (7)$$

$$-[f_2'(z) - j\varphi'(z) f_2(z)] = j\omega\,\varepsilon_0\,\varepsilon(z) f_1(z). \qquad (8)$$

comme φ est supposé de croissance monotone, on a

$$\varphi'(z) > 0. \qquad (9)$$

Dans (7) et (8) les seconds membres sont purement imaginaires, et par conséquent :

$$f_1'(z) = f_2'(z) = 0, \qquad (10)$$

c'est-à-dire

$$\left.\begin{aligned} f_1(z) &= \text{const.}, \\ f_2(z) &= \text{const.}, \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

ce qui satisfait (5). On tire de (7) et (8) par division :

$$\left[\frac{f_1(z)}{f_2(z)}\right]^2 = \frac{\mu_0\,\mu(z)}{\varepsilon_0\,\varepsilon(z)} = Z^2 = \text{const.}, \qquad (12)$$

où Z est l'impédance caractéristique.

Nous venons de démontrer, que, si aucune réflexion ne se produit, Z est constant. En d'autres termes $Z = \text{const.}$ est une condition nécessaire.

22. *Cette condition est aussi suffisante.* — Nous allons établir que cette condition est aussi suffisante, en démontrant que :

Si Z est constant, aucune réflexion interne n'a lieu, c'est-à-dire aucun déphasage ne se produit entre E et H.

On tire de (1) et (2) par différentiation et élimination :

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mu}{\partial z}\frac{\partial E_x}{\partial z} + \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \mu(z)\varepsilon(z) E_x = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} - \frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial z}\frac{\partial H_y}{\partial z} + \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \mu(z)\varepsilon(z) H_y = 0. \quad (14)$$

Si $Z = \text{const.} = \sqrt{\frac{\mu(z)}{\varepsilon(z)}}$, on peut écrire

$$\mu = k\varepsilon \quad (k = \text{const.}), \quad (15)$$

et l'on a

$$\frac{\mathrm{d}\log\mu(z)}{\mathrm{d}z} = \frac{\mathrm{d}\log\varepsilon}{\mathrm{d}z} + \frac{\mathrm{d}\log k}{\mathrm{d}z} \quad (16)$$

ou

$$\frac{1}{\mu}\frac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}z} = \frac{1}{\varepsilon}\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}z}. \quad (16a)$$

Pour une onde se propageant dans une seule direction, on a

$$f_1 = Z f_2 \quad (17)$$

en vertu de la définition même de l'impédance caractéristique que nous supposons constante. Or, l'équation (5) (théorème de la conservation d'énergie) nous donne

$$f_1 f_2 = \text{const.}$$

ce qui montre que

$$f_1 = \text{const.} \quad \text{et} \quad f_2 = \text{const.} \quad (18)$$

Comme solution de (13) nous avons donc

$$E_x = e^{-j\varphi(z)} \quad \text{d'amplitude constante.} \quad (19)$$

Si nous établissons que cette solution se vérifie pour un $\varphi(z)$ de croissance monotone, nous aurons achevé notre démonstration.

Portons (19) dans (13); en égard à (15) :

$$-j\varphi''(z) - (\varphi'(z))^2 + j\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial\mu}{\partial z}\right)\varphi'(z) + \frac{\omega^2\mu_0\varepsilon_0\mu^2(z)}{k} = 0, \quad (20)$$

φ, μ étant réels, le terme réel et le terme imaginaire s'annulent séparément.

$$\varphi''(z) - \frac{1}{\mu}\frac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}z}\varphi'(z) = 0, \quad (21)$$

$$(\varphi'(z))^2 - \frac{\omega^2\mu_0\varepsilon_0\mu^2(z)}{k} = 0. \quad (22)$$

En intégrant (21) on a

$$C\varphi'(z) = \mu(z) > 0 \quad (C = \text{const.}), \quad (23)$$

φ croît donc de manière monotone. En substituant dans (22) :

$$\frac{1}{C^2} = \frac{\omega^2\mu_0\varepsilon_0}{k}, \quad (24)$$

ou

$$\varphi'(z) = \omega\mu(z)\sqrt{\frac{\mu_0\varepsilon_0}{k}}, \quad (24a)$$

ce qui donne, compte tenu de (15) :

$$\varphi'(z) = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0\mu(z)\varepsilon(z)} = \frac{\omega}{v} \quad (^1), \quad (25)$$

où v est la vitesse de phase de l'onde.

La solution de (13) s'écrit donc

$$E_x = e^{-j\varphi(z)+j\omega t} = e^{j\omega\left(t - \int_{z_0}^{z}\frac{\mathrm{d}z}{v}\right)}. \quad (26)$$

En résumé, si $\varphi(z) = k\varepsilon(z)$, la solution de l'équation d'ondes est une onde d'amplitude constante dont la phase est l'intégrale des variations de la phase le long de z; elle est une fonction de croissance monotone. $\sqrt{\frac{\mu(z)}{\varepsilon(z)}} = \text{const.}$ est donc une condition suffisante pour que la réflexion interne s'annule.

3. **Deux méthodes pour calculer la réflexion interne.** — Ce résultat peut paraître banal; or, l'erreur de Rüdenberg montre déjà que cette condition doit être démontrée. De plus, on peut en tirer quelques conclusions intéressantes.

Tout d'abord, du point de vue mathématique, le raisonnement précédent [(13, (15), (25) et (26)], démontre ceci :

Une équation différentielle du type :

$$\frac{\mathrm{d}^2 F}{\mathrm{d}z^2} + \rho(z)\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}z} + \sigma(z)F = 0, \quad (27)$$

où

$$\rho = \frac{C}{\sqrt{\sigma}}\frac{\mathrm{d}\sqrt{\sigma}}{\mathrm{d}z}, \quad \text{avec} \quad C = \text{const.} < 0, \quad \sigma > 0 \quad (28)$$

a pour solution une expression de la forme

$$f(z) = e^{\pm j\int\sqrt{\sigma(z)}\,\mathrm{d}z} \quad (29)$$

qui est une fonction d'amplitude constante et de phase à croissance monotone avec $+z$.

Le signe — dans l'exposant (pour $e^{+j\omega t}$) vaut pour l'onde se propageant dans le sens positif de z, le signe + pour l'onde cheminant dans le sens négatif de z. Les considérations précédentes fournissent aussi un moyen de vérifier la précision de quelques méthodes relatives à la propagation d'ondes dans un milieu stratifié. Souvent on trouve dans la littérature, la tentative de résoudre l'équation d'ondes pour $E(U)$ et $H(J)$ par $\exp\left[j\int\sqrt{\omega^2\mu_0\mu\varepsilon_0\varepsilon}\,\mathrm{d}z\right]$ ou par $\exp\left[j\int\sqrt{\omega^2 L(z)C(z)}\,\mathrm{d}z\right]$ où L est l'inductance et C la capacité linéiques. Or, nous avons vu que cette formule néglige la réflexion interne, et l'on voit inversement que cette réflexion doit être assez faible, si ces approximations sont valables.

(1) Les deux signes possibles en (25) ou de C en (23) sont associés aux deux sens de la propagation ($\mp z$.)

31. *Emploi de la théorie classique des câbles.* — Nous nous proposons maintenant de calculer la réflexion interne. Considérons d'abord l'onde réfléchie sur une ligne homogène due à une réflexion externe. Nous avons, comme on sait

$$U = A\,e^{-j\alpha z} + B\,e^{+j\alpha z} \qquad \left(Z = \sqrt{\frac{L}{C}}\right), \tag{30}$$

$$ZJ = A\,e^{-j\alpha z} - B\,e^{+j\alpha z}. \tag{31}$$

Si A et B sont les amplitudes complexes des ondes, incidentes et réfléchies,

$$\alpha = \text{const. de phase} = \omega^2\sqrt{LC}.$$

Nous employons ici le langage des lignes, mais rien ne nous empêcherait de substituer E et H à U et J.

On en tire

$$A = \frac{U + JZ}{2}\,e^{j\alpha z}, \tag{32}$$

$$B = \frac{U - JZ}{2}\,e^{-j\alpha z}. \tag{33}$$

Si r est le coefficient complexe de réflexion :

$$r = \frac{B}{A}, \tag{34}$$

l'on aura

$$r = \frac{U - JZ}{U + JZ}\,e^{-2j\alpha z}, \qquad |r| = \left|\frac{U - JZ}{U + JZ}\right|, \tag{35}$$

où U et J sont des nombres complexes.

Cette formule montre que, si nous connaissons l'impédance caractéristique de la ligne et la tension U et le courant J (amplitude et phase) en un point donné, on peut calculer l'onde réfléchie sur cette ligne.

Nous remplacerons donc la ligne non homogène par un grand nombre de lignes homogènes, dont les impédances caractéristiques Z en fonction de z sont données par un polygone en escalier (*fig.* 2) approximant la ligne continue.

Nous supposerons aussi que sur la ligne non homogène continue U et J sont choisis de manière qu'aucune réflexion externe n'ait lieu et que nous connaissions U et J et Z en fonction de z. Pour un élément différentiel infiniment court de longueur dl et d'impédance caractéristique $Z(z)$ nous avons $U(z)$, $J(z)$ et $Z(z)$ et nous pouvons calculer r à l'aide de (35) :

$$|r| = \left|\frac{U(z) - J(z)\,Z(z)}{U(z) + J(z)\,Z(z)}\right|. \tag{36}$$

En utilisant les équations des télégraphistes analogues à (1) et (2) :

$$-\frac{\partial U}{\partial z} = j\omega\,L(z)\,J(z), \tag{37}$$

$$-\frac{\partial J}{\partial z} = j\omega\,C(z)\,U(z), \tag{38}$$

nous obtenons

$$|r| = \left|\frac{U(z) - \dfrac{j}{\omega L}\,Z(z)\,\dfrac{\partial U}{\partial z}}{U(z) + \dfrac{j}{\omega L}\,Z(z)\,\dfrac{\partial U}{\partial z}}\right| = \left|\frac{\dfrac{j}{\omega C}\,\dfrac{\partial J}{\partial z} - J(z)\,Z(z)}{\dfrac{j}{\omega C}\,\dfrac{\partial J}{\partial z} + J(z)\,Z(z)}\right|. \tag{39}$$

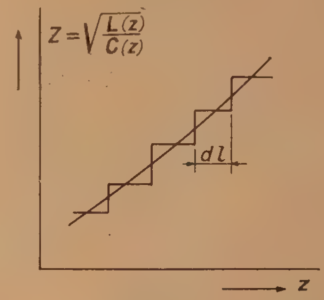


Fig. 2.

Remarquons que Z est défini ici comme la valeur $\sqrt{\dfrac{L(z)}{C(z)}}$ ou $\sqrt{\dfrac{\mu_0\,\mu(z)}{\varepsilon_0\,\varepsilon(z)}}$, et non par $\dfrac{U}{J}$ ou $\dfrac{E}{H}$ correspondant à une onde se propageant seulement dans la direction $z+$ même en l'absence de réflexion externe.

Une onde sans réflexion externe se propageant dans un milieu non homogène contient un terme de réflexion interne à moins que $Z = \text{const.}$

Si donc nous lançons une onde cheminant dans une seule direction au sein d'un milieu non homogène il se produira, les réflexions externes étant exclues, des réflexions internes ainsi que l'a montré l'un de nous (*voir* plus haut). On les obtient en appliquant (39). En effet, si l'on connaît moyennant l'intégration de l'équation d'ondes dans le milieu non homogène U et J en fonction de z [$Z(z)$ étant donné] on peut tirer (39) $|r|$.

Les fonctions U et J de z doivent être choisies parmi les solutions possibles de l'équation d'onde de manière qu'aucune réflexion externe ne se produise.

32. *Méthode plus générale.* — Nous pouvons procéder aussi d'une autre manière.

Choisissons comme origine le point considéré et posons

$$U = A + B = A(1 + r), \qquad (30$$

$$J = \frac{A}{Z} + \frac{B}{Z} = \frac{A}{Z}(1 - r). \qquad (31$$

Alors, l'astérisque désignant la valeur conjuguée

$$UJ^* = \frac{AA^*}{Z}(1 + r)(1 - r^*), \qquad (4$$

$$(1 + r)(1 - r^*) = \frac{UJZ}{AA^*}, \qquad (4$$

avec
$$AA^* = \frac{|U|^2}{1+|r|^2+(r+r^*)^2};$$
$$\frac{1-|r|^2+(r-r^*)}{1+|r|^2+(r+r^*)} = \frac{1-|r|^2+2j\,\mathfrak{J}(r)}{1+|r|^2+2\,\mathfrak{R}(r)} = \frac{UZJ^*}{|U|^2}, \quad (42)$$

Si $U = JZ$ (réel) on voit que $r = 0$. Il est facile de voir par ces deux méthodes que r est donné par
$$\left(U, \frac{dU}{dz}, Z\right) \quad \text{ou} \quad \left(J, \frac{dJ}{dz}, Z\right).$$

4. **Exemples particuliers.** — 41. *Milieu avec constante diélectrique fonction linéaire de la coordonnée z.* — Ceci posé, calculons le coefficient de la réflexion interne moyennant (36) dans quelques cas importants. Soit un milieu de
$$\mu = \text{const.}, \quad (43)$$
$$\varepsilon = \alpha z + \beta. \quad (44)$$

Dans le cas de la troposphère stratifiée nous avons
$$\beta \approx 1, \quad (44a)$$
$$\alpha \approx 10^{-9}\ \text{cm}^{-1} = 10^{-7}\ \text{m}^{-1}. \quad (44b)$$

Posons encore
$$a = \omega^2\mu_0\mu\varepsilon_0\alpha, \quad (45)$$
$$b = \omega^2\mu_0\mu\varepsilon_0\beta, \quad (46)$$
$$Z = \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\varepsilon_0(\alpha z+\beta)}}. \quad (47)$$

On obtient, comme il résulte des calculs effectués par l'un des auteurs :
$$E = \frac{(az+b)^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{\mathcal{H}^{(2)}_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3a}(az+b)^{\frac{3}{2}}\right)}{\mathcal{H}^{(2)}_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3a}b^{\frac{3}{2}}\right)}, \quad (48)$$
$$H = \frac{1}{-j\omega\mu_0\mu} \frac{(az+b)}{b^{\frac{1}{2}}} \frac{\mathcal{H}^{(2)}_{-\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3a}(az+b)^{\frac{3}{2}}\right)}{\mathcal{H}^{(2)}_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3a}b^{\frac{3}{2}}\right)}. \quad (49)$$

Si nous portons dans (36) [2] (E et H remplacent respectivement et U et J) :
$$|r| = \left|\frac{(az+b)^{\frac{1}{2}}\mathcal{H}^{(2)}_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3a}(az+b)^{\frac{3}{2}}\right) - \frac{j}{\omega\mu_0\mu}\mathcal{H}^{(2)}_{-\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3a}(az+b)^{\frac{3}{2}}\right)\sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\varepsilon_0(\alpha z+\beta)}}}{(az+b)^{\frac{1}{2}}\mathcal{H}^{(2)}_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3a}(az+b)^{\frac{3}{2}}\right) + \frac{j}{\omega\mu_0\mu}\mathcal{H}^{(2)}_{-\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3a}(az+b)^{\frac{3}{2}}\right)\sqrt{\frac{\mu_0\mu}{(\alpha z+\beta)\varepsilon_0}}}\right|. \quad (50)$$

Cette formule étant assez difficile à discuter, nous utiliserons une expression approximative en nous restreignant à des termes de l'ordre de a
$$E = e^{-j\sqrt{b}z}\left\{1 + a\left(-\frac{1}{4b}z + \frac{1}{4j\sqrt{b}}z^2\right)\right\}, \quad (51)$$
$$H = -\frac{1}{j\omega\mu_0\mu}\frac{\partial E}{\partial z}$$
$$= -\frac{e^{-j\sqrt{b}z}}{j\omega\mu_0\mu}\left\{-j\sqrt{b} + a\left(-\frac{1}{4b} + \frac{z}{4j\sqrt{b}} - \frac{z^2}{4}\right)\right\}. \quad (52)$$

L'impédance caractéristique est
$$Z = \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\varepsilon_0(\alpha z+\beta)}} \approx \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\varepsilon_0\beta}}\left(1 - \frac{\alpha z}{\beta}\right)$$
$$= \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\varepsilon_0\beta}}\left(1 - \frac{az}{2b}\right). \quad (53)$$

Si donc, nous portons E et H, au lieu de U et J dans (36) nous obtenons (en négligeant les termes d'ordre a^2 et d'ordre plus grand) :
$$\left|\frac{U-JZ}{U+JZ}\right| = \left|\frac{1 + a\left(-\frac{1}{4b}z + \frac{z^2}{4j\sqrt{b}}\right) - \frac{j}{\omega\mu_0\mu}\left[-j\sqrt{b} + a\left(-\frac{1}{4b} + \frac{z}{4j\sqrt{b}} - \frac{z^2}{4}\right)\left(1 - \frac{az}{2b}\right)\right]}{1 + a\left(-\frac{1}{4b}z + \frac{z^2}{4j\sqrt{b}}\right) + \frac{j}{\omega\mu_0\mu}\left[-j\sqrt{b} + a\left(-\frac{1}{4b} + \frac{z}{4j\sqrt{b}} - \frac{z^2}{4}\right)\left(1 - \frac{az}{2b}\right)\right]}\right|. \quad (54)$$

Comme $\sqrt{b} = \omega\sqrt{\mu_0\mu\varepsilon_0\beta}$, nous avons
$$\left|\frac{U-ZJ}{U+ZJ}\right| = |r| \to 0 \quad \text{si} \quad a \to 0, \quad (55)$$
car le numérateur s'annule.

En nous restreignant au terme d'ordre a nous avons

donc
$$|r| = \left|\frac{\frac{aj}{4b^{\frac{3}{2}}}}{1 + a\left(-\frac{z}{2b} - \frac{jz^2}{2\sqrt{b}} - \frac{j}{4b^{\frac{3}{2}}}\right)}\right|. \quad (56)$$

[2] Rappelons explicitement une fois de plus que pour la ligne (ou le milieu) homogène ou une ligne (milieu) non homogène mais de $Z = \sqrt{\frac{L(z)}{C(z)}} = \text{const.}$, l'impédance caractéristique donnée par
$$Z = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{et} \quad Z = \frac{U}{J}$$
se confondent, dans l'hypothèse où U et J représentent une onde se propageant dans une seule direction (par exemple suivant les z croissants). Cette dernière hypothèse exclut l'existence de réflexions externes produites par une discontinuité soit de L, soit de C (soit de μ, ε) soit par un gradient de l'une de ces quantités.

Dans une ligne (ou un milieu) non homogène, ces différentes définitions ne sont plus équivalentes. Quand la quantité $Z = \sqrt{\frac{L(z)}{C(z)}}$ n'est plus constante, la grandeur $\frac{U}{J}$ ne se confond avec cette impédance Z que dans le cas où il s'agit d'une onde se propageant dans une seule direction (vers z croissant) c'est-à-dire en l'absence d'une réflexion externe.

Au voisinage de $z = 0$ on aura

$$r = \frac{ja}{4b^{\frac{3}{2}}}. \tag{57}$$

Si z est plus grand, r diminue encore. Mais nous nous proposons d'étudier la réflexion pour $z = 0$ c'est-à-dire à la limite de la troposphère constituée par le sol.

En tenant compte de (46), (44 *a*) et (44 *b*), il vient

$$r \approx \frac{j\alpha\omega^2\mu_0\mu\varepsilon_0}{4(\omega^2\mu_0\mu\varepsilon_0\beta)^{\frac{3}{2}}}, \tag{58}$$

avec

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi.9.10^{11}}\ \text{F : cm}, \qquad \mu_0 = 4\pi.10^{-9}\ \text{H : cm}.$$

Dans la troposphère nous admettons $\beta = 1$ d'où

$$r = \frac{j\alpha c}{4\omega} = \frac{j\alpha\lambda}{8\pi} \tag{59}$$

($c = 3.10^{10}$ cm : s = vitesse de la lumière).

Ne perdons pas de vue que c'est là une approximation correspondant à α très petite et à ω assez grand.

Cette formule (59) montre que le coefficient de réflexion interne ne dépend que de $\alpha\lambda$, c'est-à-dire de la variation de ε sur une longueur d'onde et non pas sur une unité de longueur. Cela va de soi du point de vue physique. On conçoit dès lors que ce coefficient r soit proportionnel à la longueur d'onde.

412. Etudions maintenant une impulsion traversant la troposphère verticalement et sa distorsion produite par la réflexion interne. Soit donc une impulsion de la forme

$$F(t) = e^{-k^2t^2}\,e^{j\omega_0 t}, \tag{60}$$

c'est-à-dire une onde de fréquence ω_0 modulée par la fonction bien connue $e^{-k^2t^2}$ [fonction « en cloche » (*fig.* 3).

Cette impulsion part de $z = 0$ et nous voulons savoir l'effet de la réflexion interne. La valeur k doit être choisie de sorte que la durée de la partie principale de l'impulsion soit égale à $t_i = 2t_0$ (*fig.* 3) et qu'à $t = t_0$ la valeur de l'amplitude soit 1/100e du maximum.

La représentation par intégrale de Fourier prend la forme

$$F(t) = \frac{e^{j\omega_0 t}}{2k\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left(\frac{\omega-\omega_0}{2k}\right)^2} e^{-j(\omega-\omega_0)t}\,d\omega. \tag{61}$$

Le spectre de notre fonction est donc

$$S(\omega) = \frac{1}{2k\sqrt{\pi}}\,e^{-\left(\frac{\omega-\omega_0}{2k}\right)^2}. \tag{62}$$

On voit que seules jouent un rôle important, les fréquences voisines de ω^0. Cherchons donc la fréquence $\omega_0 \pm \bar{\omega}$ dont l'intensité spectrale est 1/100e du maximum :

$$e^{-\left(\frac{\bar{\omega}-\omega_0}{2k}\right)^2} = 10^{-2}; \tag{63}$$

$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{\bar{\omega}-\omega_0}{2k}\right)^2 &= 2\log 10 = 4{,}62,\\ \bar{\omega}-\omega_0 &= 2k\sqrt{4{,}62} = k.4{,}3.\end{aligned}\right\} \tag{64}$$

L'exemple suivant nous montrera qu'en pratique $\frac{\omega}{\omega_0}$ est très petit.

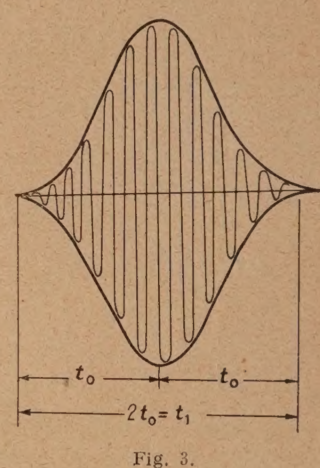


Fig. 3.

La partie importante de notre spectre s'étend donc de $\omega_0 - \bar{\omega}$ jusqu'à $\omega_0 + \bar{\omega}$ et nous pourrions sans erreur sensible restreindre l'intégration à ce domaine.

L'impulsion « intérieurement » réfléchie aura donc pour expression :

$$F_{r_i}(t) = \frac{i\,e^{j\omega_0 t}}{2k\sqrt{\pi}}\int_{\omega_0-\bar{\omega}}^{\omega_0+\bar{\omega}} e^{-\left(\frac{\omega-\omega_0}{2k}\right)^2} e^{j(\omega-\omega_0)t}\,r(\omega)\,d\omega, \tag{65}$$

soit, avec les approximations admises :

$$F_{r_i}(t) = \frac{j\,e^{j\omega_0 t}}{4.2k\sqrt{\pi}}\int_{\omega_0-\bar{\omega}}^{\omega_0+\bar{\omega}} e^{-\left(\frac{\omega-\omega_0}{2k}\right)^2} e^{j(\omega-\omega_0)t}\,\frac{\alpha c}{\omega}\,d\omega. \tag{66}$$

Développons $\frac{1}{\omega}$ autour de $\omega_r = \omega_0$.

$$\begin{aligned}\frac{1}{\omega} &= \frac{1}{\omega-\omega_0+\omega_0}\\ &= \frac{1}{\omega_0\left(1-\frac{\omega-\omega_0}{\omega_0}\right)} \approx \frac{1}{\omega_0}\left(1-\frac{\omega-\omega_0}{\omega_0}\right)\end{aligned} \tag{67}$$

et portons dans (66) :

$$\begin{aligned}F_{r_i}(t) = {}& \frac{j\alpha c}{4.2k\sqrt{\pi}\,\omega_0}\,e^{j\omega_0 t}\\ &\times\int_{\omega_0-\omega}^{\omega_0+\bar{\omega}} e^{-\left(\frac{\omega-\omega_0}{2k}\right)^2+j(\omega-\omega_0)t}\\ &\times\left(1-\frac{\omega-\omega_0}{\omega_0}\right)d\omega,\end{aligned} \tag{68}$$

ce qui peut encore s'écrire

$$F_r(t) = \frac{j\alpha c}{4\omega_0} F(t) - \frac{j\alpha c}{4\omega_0^2\, 2k\sqrt{\pi}} e^{j\omega_0 t} \times \int_{\omega_0-\bar{\omega}}^{\omega_0+\bar{\omega}} e^{-\left(\frac{\omega-\omega_0}{2k}\right)^2 + j(\omega-\omega_0)t} (\omega-\omega_0)\, d\omega, \quad (69)$$

où $F(t)$ est l'impulsion primaire (61) multipliée par $r(\omega_0)$. Le premier terme du second membre de (69) fournit donc l'impulsion primaire multipliée par le coefficient de réflexion correspondant à sa fréquence porteuse. Le second terme du second membre est facile à calculer par une substitution convenable; le résultat est

$$F_r(t) = \frac{j\alpha c}{4\omega_0} F(t) + e^{j\omega_0 t} \frac{\alpha c\, 2k^2 t}{4\omega_0^2} e^{-k^2t^2} + \frac{j\alpha ck}{4\omega_0^2\sqrt{\pi}} e^{j\omega_0 t} e^{-\frac{\bar{\omega}^2}{4k^2}} \left[e^{j\bar{\omega}t} - e^{-j\bar{\omega}t}\right]. \quad (70)$$

Dans le second terme du second membre, $te^{-k^2t^2}$ est nul pour $t = 0$, passe par un maximum, comme on le voit facilement pour $t = \frac{1}{k\sqrt{2}}$ et s'annule de nouveau comme $e^{-k^2t^2}$ quant t croît au-delà de toute limite. Le troisième terme a une amplitude constante et représente un écho d'amplitude constante modulé par $\sin\bar{\omega}t$. Cela résulte de notre approximation; on aura en toute rigueur un écho (traînage) lentement décroissant multiplié par $\frac{\alpha ck}{4\omega_0^2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{\bar{\omega}^2}{4k^2}}$ et modulé.

Ceci étant, appliquons nos résultats au cas de la troposphère pour laquelle β est $= 1$,

$$\alpha = 10^{-9}\ \text{cm}^{-1} \quad (\text{ou } 10^{-7}\ \text{m}^{-1}).$$

Nous avons dressé dans le tableau suivant pour cinq valeurs de ω_0, cinq durées d'impulsion ainsi que les nombres qui sont nécessaires à évaluer les trois termes de (70) :

Fréquence porteuse	3.10^{10}	3.10^{9}	3.10^{8}	3.10^{7}	3.10^{6}
Durée d'impulsion t_i	10^{-7}	10^{-7}	10^{-6}	10^{-5}	10^{-5}
k	$4,3\ .10^{7}$	$4,3\ .10^{7}$	$4,3\ .10^{6}$	$4,3\ .10^{5}$	$4,3\ .10^{5}$
k^2	$18,5\ .10^{14}$	$18,5\ .10^{14}$	$18,5\ .10^{12}$	$18,5\ .10^{10}$	$18,5\ .10^{10}$
$\frac{\alpha c}{\omega_0}$	10^{-9}	10^{-8}	10^{-7}	10^{-6}	10^{-5}
$t_m = t(t\,e^{-k^2t^2})_{\text{max}}$	$0,164.10^{-7}$	$0,164.10^{-7}$	$0,164.10^{-6}$	$0,164.10^{-5}$	$0,164.10^{-5}$
$\frac{\alpha c}{\omega_0^2} 2k^2 t_m e^{-k^2t_m^2}$	$1,23\ .10^{-12}$	$1,23\ .10^{-11}$	$1,23\ .10^{-9}$	$1,23\ .10^{-7}$	$1,23\ .10^{-6}$
$\bar{\omega}$	$18,5\ .10^{7}$	$18,5\ .10^{7}$	$18,5\ .10^{6}$	$18,5\ .10^{5}$	$18,5\ .10^{5}$
$\frac{\alpha ck}{\omega_0^2\sqrt{\pi}}$	$0,742.10^{-12}$	$0,742.10^{-11}$	$0,742.10^{-9}$	$0,742.10^{-7}$	$0,742.10^{-6}$

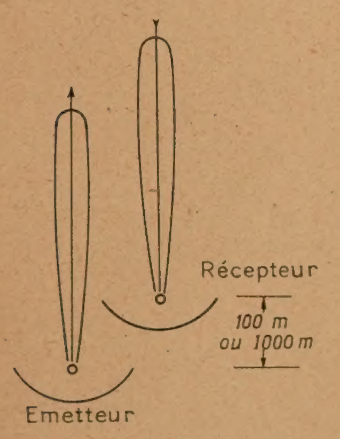


Fig. 4.

Comment pourrait-on mesurer ces valeurs ? Soient par exemple, un émetteur et un récepteur l'un auprès de l'autre, et supposons qu'ils soient absolument isolés l'un de l'autre, sans interaction aucune, et calculons l'intensité d'émission à une distance de 100 m pour $\omega_0 \geqq 3.10^7$ et à une distance de 1000 m pour $\omega_0 \leqq 3.10^7$ au-dessus de l'émetteur. Calculons de même l'intensité réfléchie et l'intensité nécessaire pour donner un signal d'intensité suffisante dans le récepteur, ayant une sensibilité telle qu'un signal de $50\,kT$ par unité d'intervalle de fréquence, soit nécessaire pour émerger du bruit de fond.

Pour

$$T = 290°, \qquad k = 1,37.10^{-23}\ \text{W.s : degré}$$

et en exprimant la fréquence en p : s nous obtenons pour les valeurs $\bar{\omega}$ du tableau précédent, les puissances nécessaires N suivantes :

$\bar{\omega}$	$18,5.10^{7}$	$18,5.10^{7}$	$18,5.10^{6}$	$18,5.10^{5}$	$18,5.10^{4}$
N (W)	$1180\ .10^{-14}$	$1180\ .10^{-14}$	$1180\ .10^{-15}$	$1180\ .10^{-16}$	$1180\ .10^{-16}$

Calculons maintenant le champ électrique que produisent ces puissances dans un dipôle demi-onde chargé par une résistance R égale à sa résistance de rayonnement qui est 73 Ω. Remplaçons le dipôle

par un générateur de f.é.m. V tel que

$$E\,h_{\text{eff}} = E\,\frac{2}{\pi}\,\frac{\lambda}{2}$$

$\Big(E$, champ électrique; h_{eff} = hauteur effective du dipôle $= \frac{2}{\pi}\,\frac{\lambda}{2}\Big)$. Nous avons besoin d'un champ minimum $E_{\min}$ défini par la relation

$$\frac{V^2}{2R} = \frac{E_{\min}^2\,\lambda^2}{\pi^2\,4.73}$$

et tel que cette expression soit égale aux puissances indiquées plus haut

$$E_{\min} = \frac{2\sqrt{73}}{\lambda}\,\pi\,\sqrt{N}\ \ \text{V : cm}.$$

Nous obtenons ainsi en fonction de la fréquence

$$E_{\min}\ (\text{V : cm}) = 585.10^{-7},\quad 585.10^{-8},$$
$$185.10^{-8},\quad 585.10^{-9},\quad 585.10^{-10}.$$

Ce sont les champs électriques qu'il faut injecter dans un dipôle pour que le signal reçu soit distingué du bruit, si l'on fait abstraction, pour le moment, du gain des antennes dont il sera tenu compte par la suite.

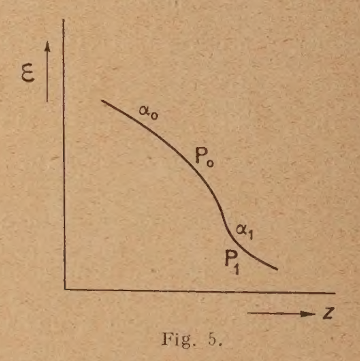


Fig. 5.

Calculons maintenant les champs électriques incidents (reçus par le récepteur) qui sont nécessaires pour produire les intensités réfléchies reçues. Comme le terme $\frac{\alpha c}{4\omega_0}$ l'emporte nous avons

ω_0	3.10^{10}	3.10^{9}	3.10^{8}	3.10^{7}	3.10^{6}
V : cm	585.10^{2}	585	18,5	585.10^{-3}	585.10^{-5}

La puissance nécessaire N rayonnée par un dipôle pour produire à une distance de d = 100 m ou 1000 m ces intensités de champ

$$N\ (\text{W}) = 16.0{,}95.10^{14},\quad 16.0{,}95.10^{10},$$
$$16.1{,}05.10^{9},\quad 16.0{,}95.10^{4},\quad 10.0{,}95.$$

En admettant un gain de puissance du récepteur et de l'émetteur de 100, on obtiendrait pour $\omega_0 = 3.10^9$ (deuxième valeur de N) un ordre de grandeur déjà possible du point de vue physique. Mais cette réflexion « interne » ne peut pas être observée parce qu'il est impossible de distinguer l'impulsion incidente de l'impulsion réfléchie frappant simultanément l'antenne de réception; de même il est pratiquement impossible de découpler le récepteur de l'émetteur dans une proportion de 10^{-9} pour séparer l'impulsion incidente de l'impulsion réfléchie.

Mais si l'on a à faire dans le milieu étudié à un gradient de ε plus grand (de 10 à 100 fois) que le gradient moyen admis dans nos raisonnements précédents (passage de à α_0 à α_1 de la figure 5) une réflexion due à ce gradient sera nettement perceptible, ce qui est en accord avec les observations à condition que ce gradient se trouve à une distance suffisamment grande de l'émetteur-récepteur.

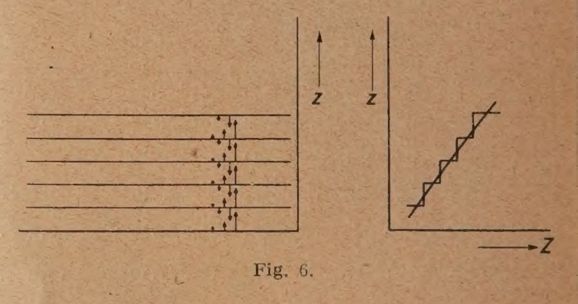


Fig. 6.

42. *L'ionosphère selon Rawes-Epstein.* — En ce qui concerne l'ionosphère, Rawes a étudié des réflexions ionosphériques qui correspondent à nos « réflexions internes ». Elles sont assez faibles. Une réflexion interne due au gradient troposphérique échappe à l'observation parce qu'elle est noyée dans la première impulsion de l'onde de sol.

43. *D'autres exemples.* — On pourrait appliquer la méthode précédente à la ligne exponentielle, à la ligne de Bessel et à d'autres cas, pour lesquels il existe des solutions de l'équation d'ondes. Nous n'insisterons pas ici là-dessus.

On peut concevoir des variations assez fortes dans un milieu stratifié pour que de telles réflexions internes puissent s'observer mais cela est impossible dans le cas de la stratification continue normale de la troposphère pour des ondes électromagnétiques. Comme la variation des caractéristiques acoustiques de l'atmosphère est beaucoup plus forte, il semble qu'on puisse les mettre en évidence par l'expérience. Nous nous proposons de revenir ultérieurement sur ce problème.

Manuscrit reçu le 13 mars 1950.

Le Gérant : Maurice Blondin. 137412 Imp. Gauthier-Villars, 55, quai des Grands-Augustins, Paris. — 1950.